

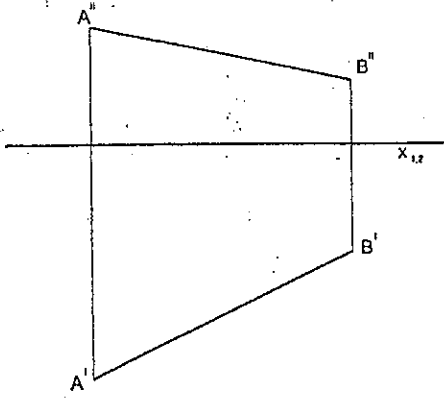
# Képsíktranszformáció

- Egyenes valódi mérete, ponttá transzformálása
- Háromszög valódi mérete
- Test negyedik és ötödik képe

Készítette: Tóth Szabolcs  
Korrektor: Bárdné Dr. Feind Teréz

# Egyenes Ponttá Transzformálása

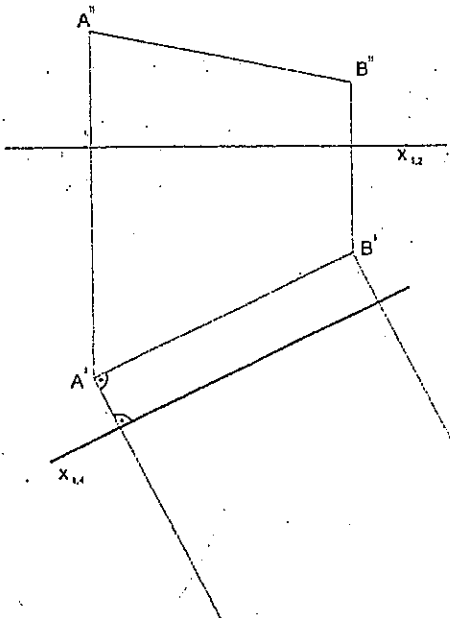
## 1, Két képével adott az AB egyenes



- Kiinduló állapot: első-és második képével adott az AB egyenes
- Az egyenes ponttá transzformálása két lépésben történik: először fővonallá, majd a fővonalat ponttá transzformáljuk

Saját feljegyzések:

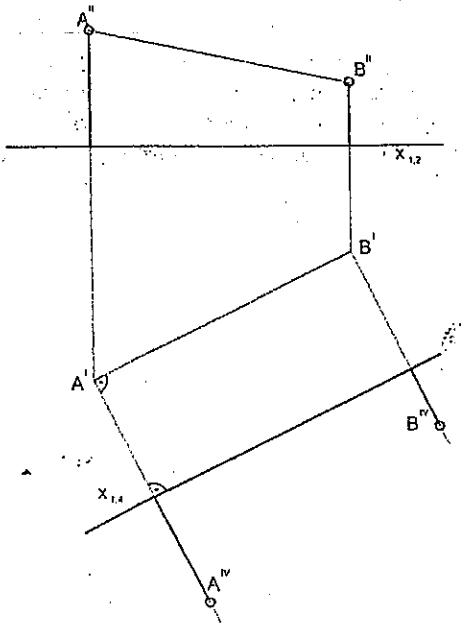
## 2, AB-vel párhuzamos új képsík felvétele



- Az új  $X_{1,4}$  tengely párhuzamos az AB egyenes első képével.
- Az  $X_{1,4}$  tengely távolsága  $A'B'$ -től tetszőleges, de érdemes hozzá közel felvenni, hogy a végső ábra is kiferjen
- A rendezők az  $X_{1,4}$  tengelyre merőlegesek lesznek

Saját feljegyzések:

## 3, Pontok negyedik képe



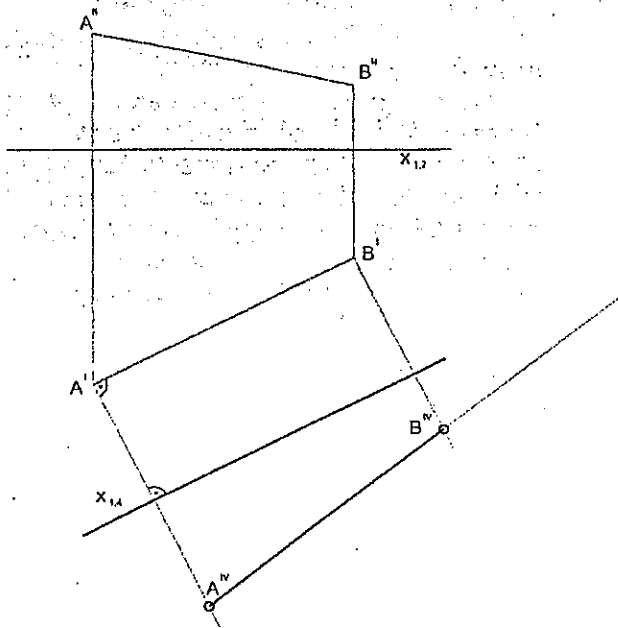
- Elmaradó rendezők felmérése a második képről (zöld és piros szakaszok)
- A negyedik képen az AB egyenes valódi képe látszik

Saját feljegyzések:

#### 4, A fővonalra merőleges új képsík felvétele

- Hosszabbítsuk meg az  $A^IVB^IV$  szakaszt
- Az új  $X_{4,5}$  tengely erre merőleges lesz
- Az  $X_{4,5}$  tengely távolsága  $B^IV$ -től tetszőleges, de érdemes hozzá közel felvenni, hogy a végső ábra is kiferjen

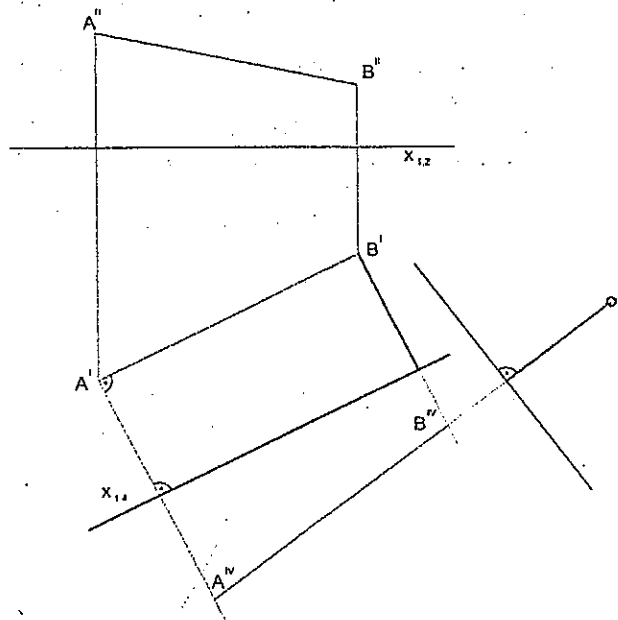
Saját feljegyzések:



#### 5, Pontok ötödik képe

- Elmaradó rendezők felmérése az első képről (zöld szakasz)
- Mivel  $X_{1,4}$  tengelyt  $A^I B^I$ -vel párhuzamosan vettük föl, ezért az  $A^I$ -höz és a  $B^I$ -höz tartozó elmaradó rendezők egyenlő hosszúságúak

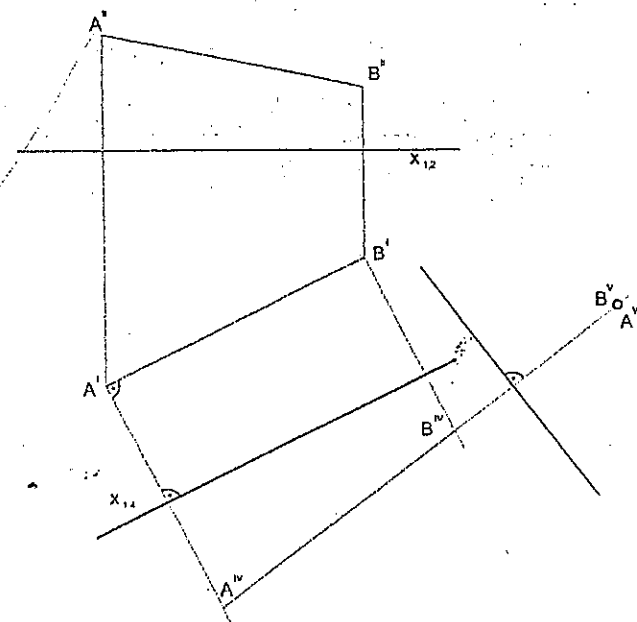
Saját feljegyzések:



#### 6, Egyenes ötödik képe

- Mivel  $A^V$  és  $B^V$  egy rendezőn vannak, és a hozzájuk tartozó elmaradó rendezők egyenlő hosszúságúak,  $A^V$  és  $B^V$  egy pontba esik
- Ellenőrzés: az  $AB$  egyenes ötödik képen pontban látszik

Saját feljegyzések:



# Háromszög valódi merte

## 1, Két képével adott az ABC háromszög

- Kiinduló állapot: első-és második képével adott az ABC háromszög
- A háromszög valódi méretét három lépésben kaphatom meg: először fővonalat illeszték a síkra, majd erre a fővonatra merőlegesen veszek fel új képsíkot, így a háromszöget „oldalról”, ében fogom látni. Ha erre az egyenesre merőleges új képsíkot veszek fel, akkor a háromszöget „felülről”, azaz a valódi méretében látom

Saját feljegyzések:

## 2, Fővonal illesztése a síkra

- Első fővonal második képe ( $h''$ ) párhuzamos  $X_{1,2}$ -vel és átmegy  $C''$ -n
- $F''$  illeszkedik az  $AB$  egyenesre, így második képét kimetszi  $h'$  fővonal és  $A'B'$  egyenes
- Második képéről ( $F''$ ) rendezővel szerkeszthető az első képe ( $F'$ )
- $h$  fővonal első képe ( $h'$ ) is átmegy  $F'$ -n és  $C'$ -n

Saját feljegyzések:

## 3, Új képsík felvétele

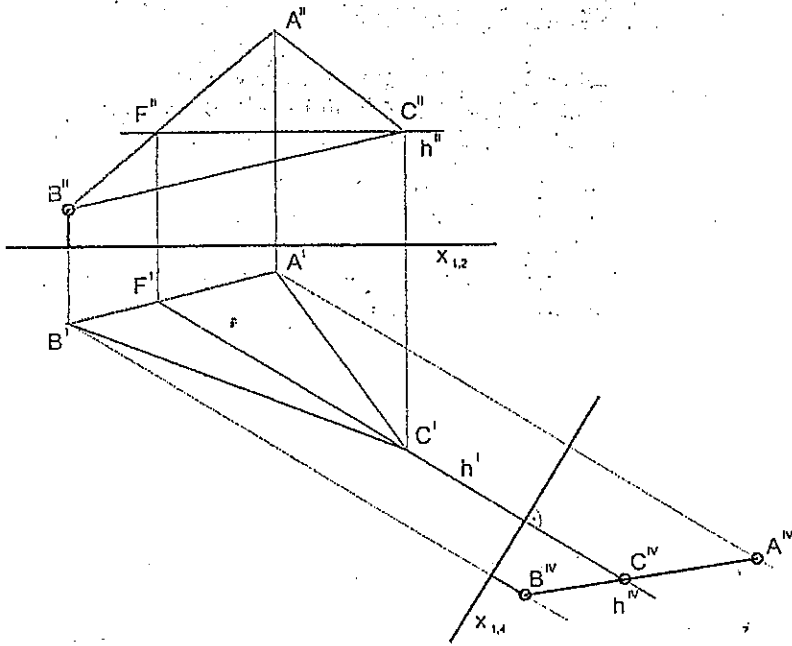
- Az új  $X_{1,4}$  tengely merőleges a  $h$  fővonalra ( $F''C''$ -re)
- Az  $X_{1,4}$  tengely távolsága  $C'$ -től tetszőleges, de érdemes hozzá nem túlságosan közel felvenni, hogy a végső ábra is kiferjen

Saját feljegyzések:

#### 4, ABC háromszög negyedik képe

- Második képről elmaradó rendezők (pl: zöld szakasz) felmérése a negyedik képre
- El:  $h^{IV}$  pontnak látszik,  $A^{IV}$ ,  $B^{IV}$ ,  $C^{IV}$ ,  $h^{IV}$  egy egyenesre esik
- ABC háromszög a negyedik képen élben látszik, méretei még nem a valósak!

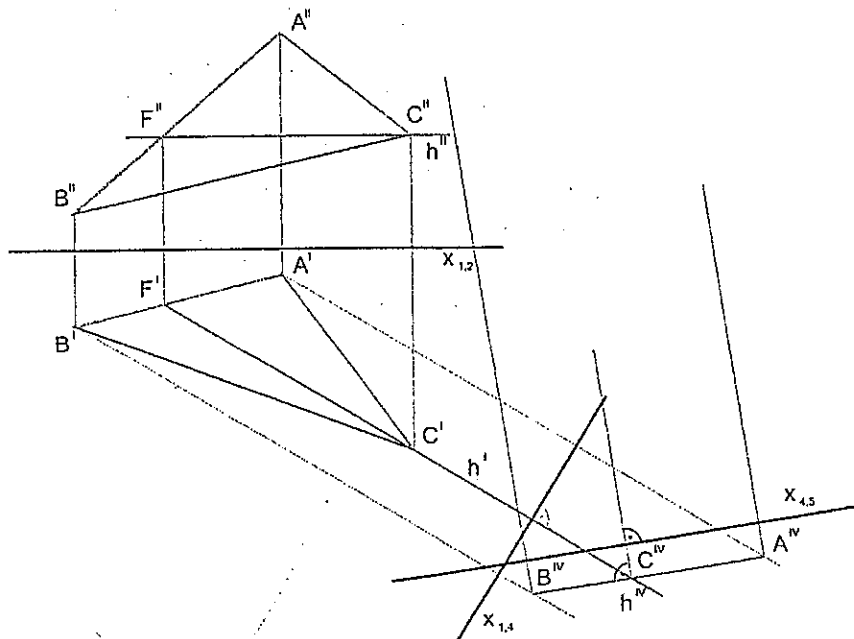
Saját feljegyzések:



#### 5, Új képsík felvétele

- A háromszög valódi mértben a vele párhuzamos új képsíkon látszik
- Ezért  $X_{4,5}$  párhuzamos  $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$  szakasszal
- Az  $X_{4,5}$  tengely távolsága  $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ -től tetszőleges, de érdemes hozzá közel felvenni, hogy a végső ábra is kiferjen

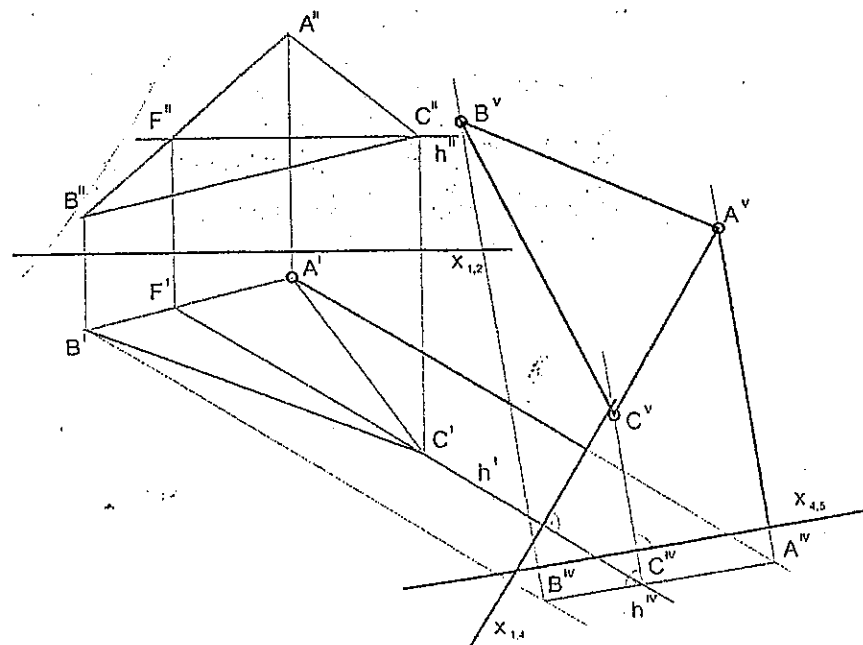
Saját feljegyzések:



#### 6, Háromszög valódi mérete

- Ötödik képen az elmaradó rendezőket az első képről mérjük (zöld szakasz), így kapjuk meg  $A^VB^VC^V$  háromszöget
- Az ötödik képen az ABC háromszögre „felülről” nézünk, így valódi méretben látjuk

Saját feljegyzések:

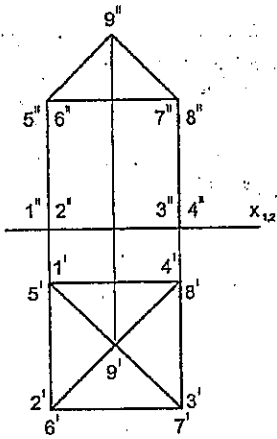


# Test negyedik és ötödik képe

## 1, Két képével adott a test

- Első-és második képével adott a test
- A szerkesztésben a testet általános helyzetű negyedik és ötödik képsíkba fogjuk transzformálni

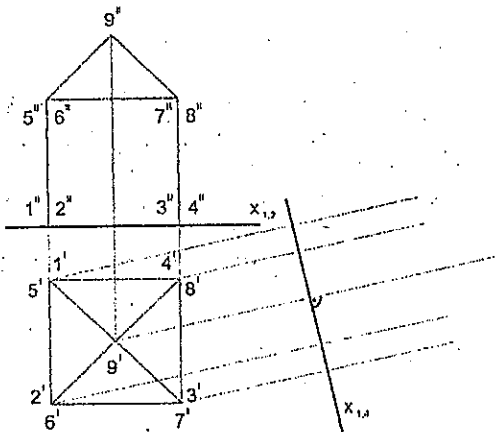
Saját feljegyzések:



## 2, Új képsík felvétele

- Vegyünk fel egy tetszőleges irányú és helyzetű  $X_{1,4}$  tengelyt
- Az  $X_{1,4}$  tengely távolsága a testtől tetszőleges, de érdemes úgy felvenni, hogy a végső ábra is kiferjjen és ne lógjon bele semmibe
- A rendezők merőlegesek az  $X_{1,4}$  tengelyre

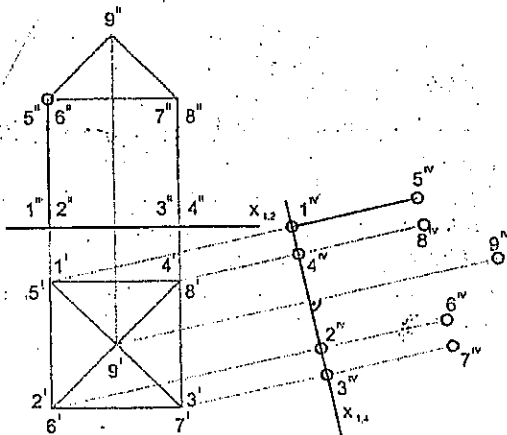
Saját feljegyzések:



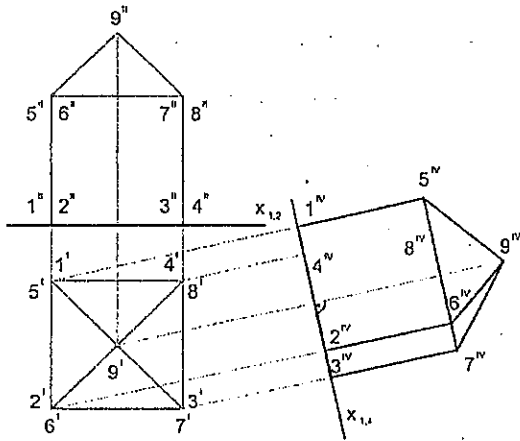
## 3, Pontok negyedik képe

- Példa: az  $1^{IV}$  és  $5^{IV}$  pontok megszerkesztése, ezután a többi pont szerkesztése ugyanígy
- $1^{IV}$  és  $5^{IV}$  pontok rajta vannak az  $1'$ -ből húzott rendezőn
- Elmaradó rendezők felmérése a második képről (zöld szakasz)

Saját feljegyzések:



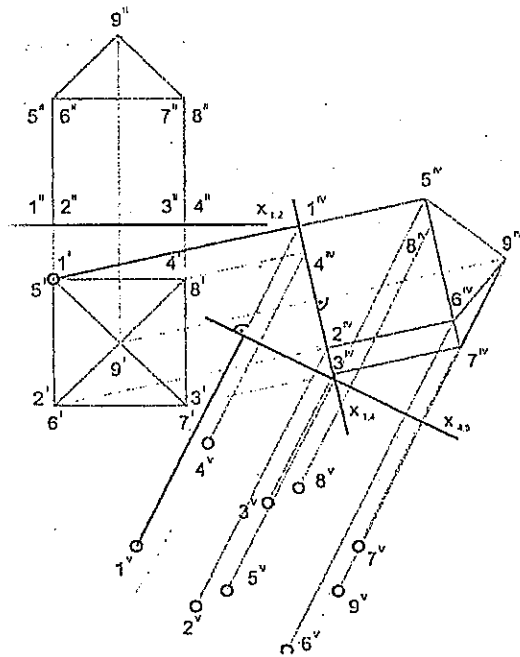
#### 4, Láthatóság megállapítása



- Az első és második képről eldönthető, mely pontokat kell összekötni, hogy megrajzolhassuk a test élét, ezután kell meghatároznunk azok láthatóságát a negyedik képen
- Egyik képen a láthatóságot mindig a hozzá rendezett másik (jelen esetben az első) vetületről tudjuk eldönteni
- Ezért a negyedik képsíktól távolabbi ( $2^{\text{IV}}6^{\text{IV}}$ -es) belső él látszik

Saját feljegyzések:

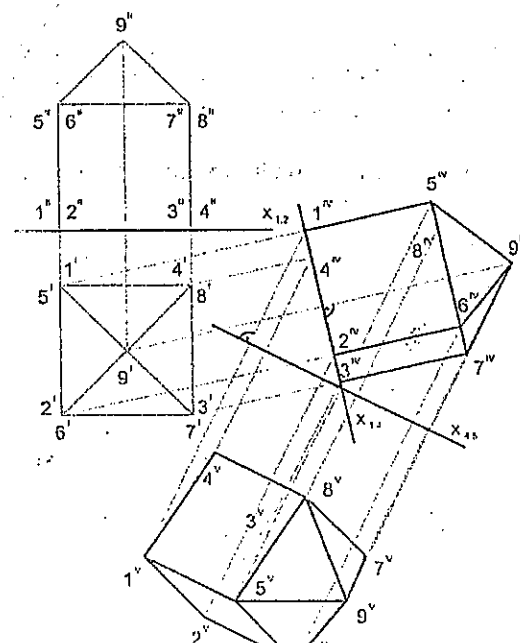
#### 5, Új képsík felvétele, pontok ötödik képe



- Vegyünk fel egy tetszőleges helyzetű és irányú  $X_{4,5}$  tengelyt
- Az  $X_{4,5}$  tengely távolsága a testtől tetszőleges, de érdemes úgy felvenni, hogy a végső ábra is kiferjen és ne lógjon bele semmibe
- Példa:  $1^{\text{V}}$  megszerkesztése, ezután a többi pont szerkesztése ugyanígy
- A rendezők az  $X_{4,5}$  tengelyre merőlegesek lesznek
- Ötödik képen az elmaradó rendezőket az első képről mérjük (zöld szakasz)

Saját feljegyzések:

#### 6, Test ötödik képe, láthatóság



- Az első, második és negyedik képről eldönthető, mely pontokat kell összekötni, hogy megrajzolhassuk a test élét, ezután kell meghatároznunk azok láthatóságát az ötödik képen
- Egyik képen a láthatóságot mindig a hozzá rendezett másik (jelen esetben a negyedik) vetületről tudjuk eldönteni
- A belső csúcspontok közül az látszik, amelyik távolabb van a képsíktól ( $5^{\text{V}}$ )

Saját feljegyzések:

# Áthatás

- Egyenes és három pontjával adott sík dőléspontja
- Egyenes és nyomvonalával adott sík dőléspontja
- Nyomvonalával és három pontjával adott síkok metszésvonala
- Három pontjával adott síkok metszésvonala

Készítette: Tóth Szabolcs  
Korrekta: Bárdné Dr. Feind Teréz

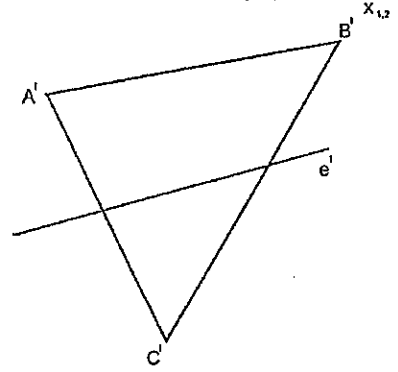
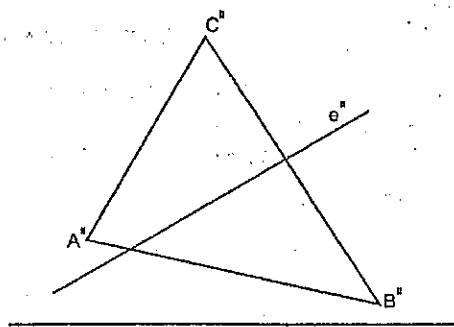


# Egyenes és három-pontjával adott sík dőléspontja

## 1, Adott az $e$ egyenes és az ABC sík

- Két képpel adott az  $e$  egyenes
- Három pontjával adott az ABC sík
- ABC sík feszített sík, mivel az első és második képen ellentétes a körüljárási iránya (első képen óramutató járásával megegyező, másodikon ellentétes)

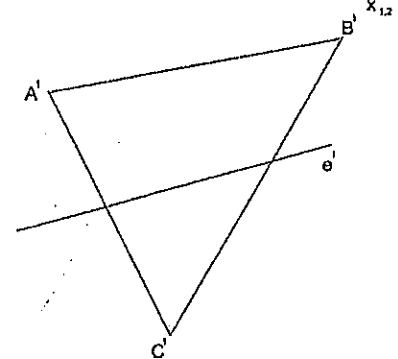
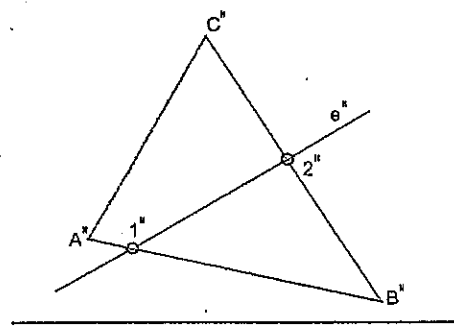
Saját feljegyzések:



## 2, Vegyük az $e$ egyenes második vetítősíkját

- A második vetítősík fedésben van az  $e$  egyenes második képével ( $e''$ -vel)
- Második képen metszi az ABC síkot az  $1''2''$  szakaszon

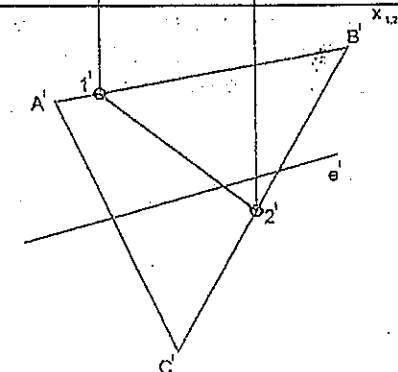
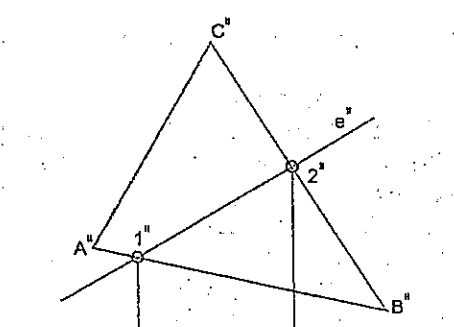
Saját feljegyzések:

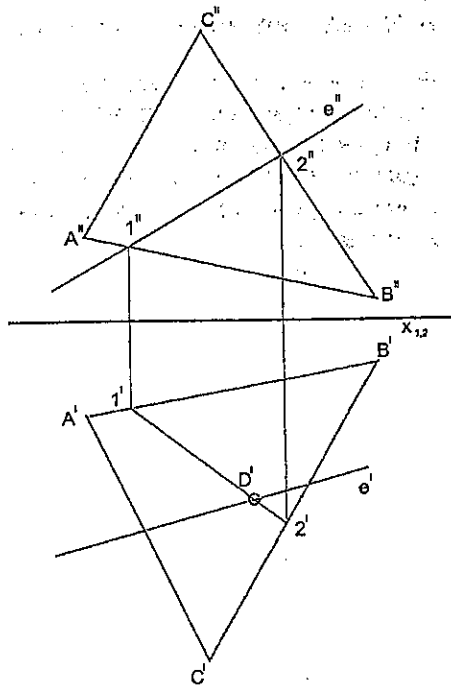


## 3, Metszésvonal első képének megszerkesztés

- $1''$ -ből húzott rendező az  $A'B'$  oldalból kimetszi  $1'$ -t
- $2''$ -ből húzott rendező a  $B'C'$  oldalból kimetszi  $2'$ -t
- Metszésvonal átmegy az 1 és 2 pontokon, így a metszésvonal első képe is átmegy  $1'$ -n és  $2'$ -n

Saját feljegyzések:

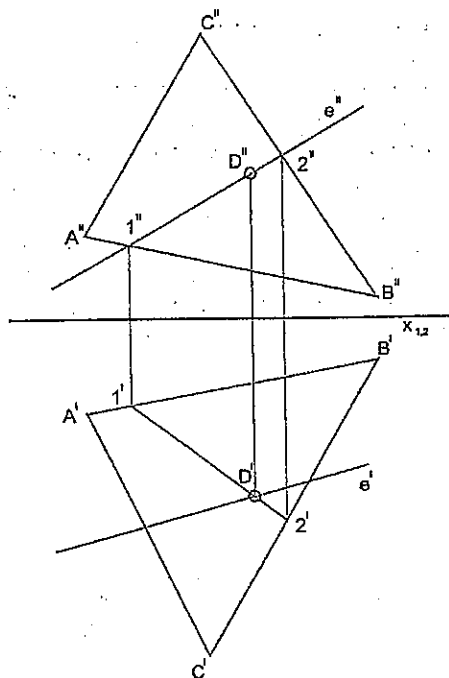




#### 4, Dőféspont első képének megszerkesztése

- Dőféspont a metszésvonal és az e egyenes metszéspontjában van
- Metszet megszerkesztése első képen, innen kapjuk D'-t

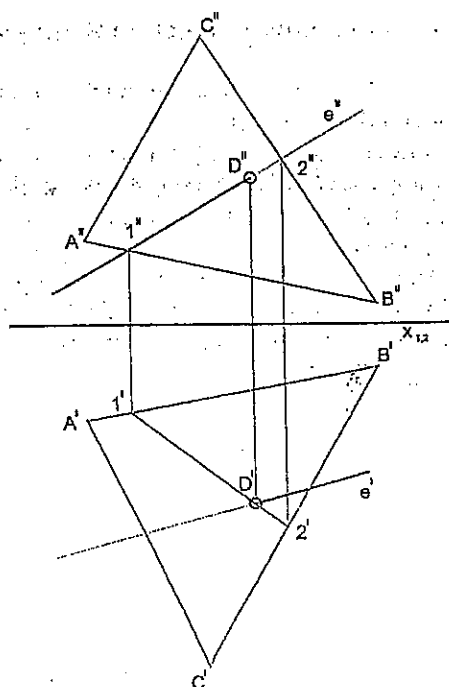
Saját feljegyzések:



#### 5, Dőféspont második képének megszerk.

- D'-ből húzott rendező e''-ből metszi ki D''-t

Saját feljegyzések:

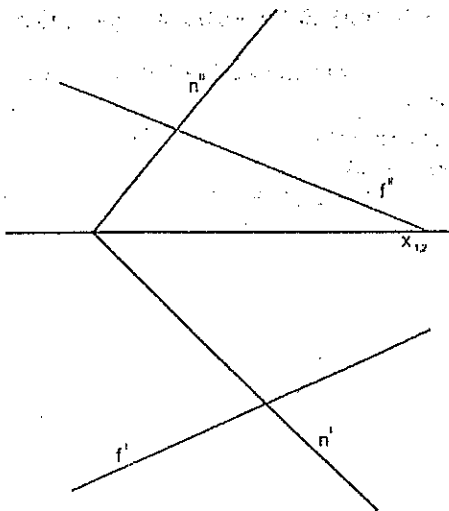


#### 6, Egyenes láthatóságának megállapítása

- Egyenes láthatósága a D dőféspontban vált
- Második képen: a 2''-ben az e egyenes és a BC oldal közül az látszik, amelyik távolabb van a képsíktól
- Az első kép láthatósága fordított (gyakorlottaknak: a feszített síknál a képeken a sík különböző oldala látszik)
- Kezdőknek: AC oldal és az e egyenes első fedőpontjában az látszik, amelyik egyenes magasabban van - ez az AC, ezért első képen az AC látszik, az egyenes nem látszik csak a dőféspont után bújnik elő

Saját feljegyzések:

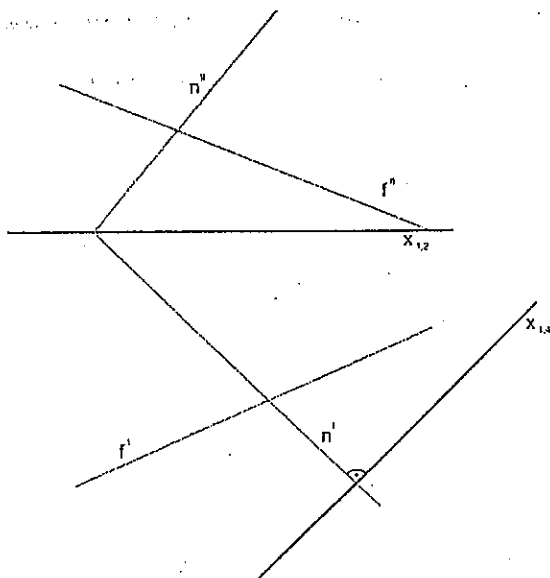
# Egyenes és nyomvonalával adott sík dőléspontja



## 1, Adott az n sík és az f egyenes

- Nyomvonalával adott az n sík.
- Két képével adott az f egyenes.
- Ha a sík vetítő helyzetű, a dőléspont közvetlenül leolvasható, ezt fogjuk elérni
- Természetesen lehetne ezt is fedőegyenessel szerkeszteni, mint az előző háromszöget, csak nem ezt akarjuk.

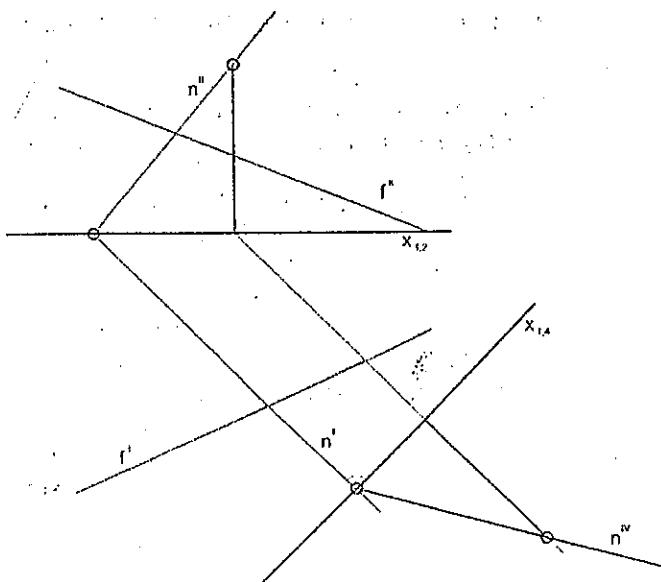
Saját feljegyzések:



## 2, Új képsík felvétele

- Minden sík a nyomvonalára merőleges új képsíkon élben látszik
- Választhatunk, hogy az első, vagy a második képen szeretnénk dolgozni, de szerintem így az átláthatóbb
- Így n'-re merőleges x\_{1,4} tengelyt veszünk föl.
- Az X\_{1,4} tengely helyzete tetszőleges, de érdemes úgy felvenni, hogy a végső ábra is kiferjen és ne lógjon bele semmibe

Saját feljegyzések:



## 3, Az n sík negyedik képének megszerkesztése

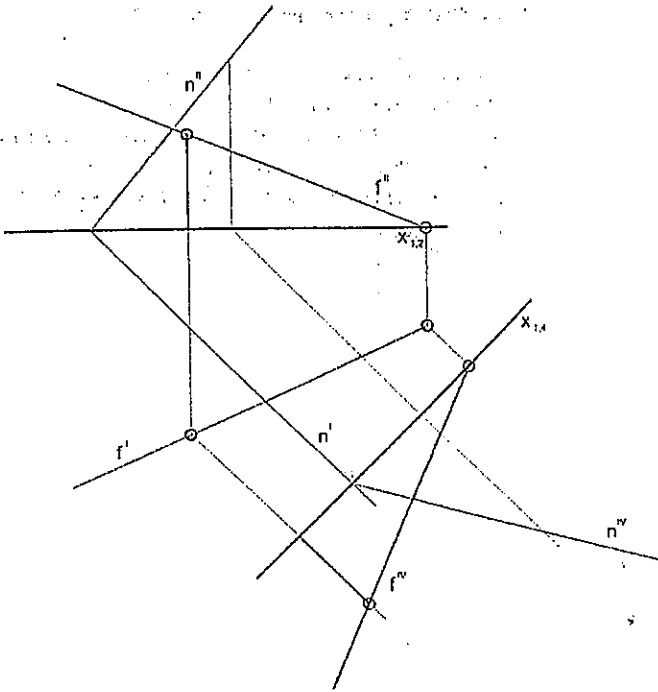
- n''-n felveszek egy tetszőleges pontot, ezt levetítem az X\_{1,2} tengelyre és onnan n'-vel párhuzamos rendezőt húzok
- Negyedik képen erre mérem fel az elmaradó rendezőt (zöld szakasz), ezen a ponton fog átmenni n^{IV}
- Mivel n''-re merőlegesen vettük föl az új képsíkot, ezért n sík a negyedik képen élben látszik, kiindulási pontja ott van, ahol n' metszi az X\_{1,4} tengelyt

Saját feljegyzések:

#### 4, Egyenes negyedik képeinek megszerk.

- Egyenes megszerkesztése két tetszőleges pontjából
- Kiválasztok két tetszőleges pontot az f egyenesen, ezeket transzformálom az új képsíkba, elmaradó rendezőket a második képről mérjük fel (zöld szakasz)

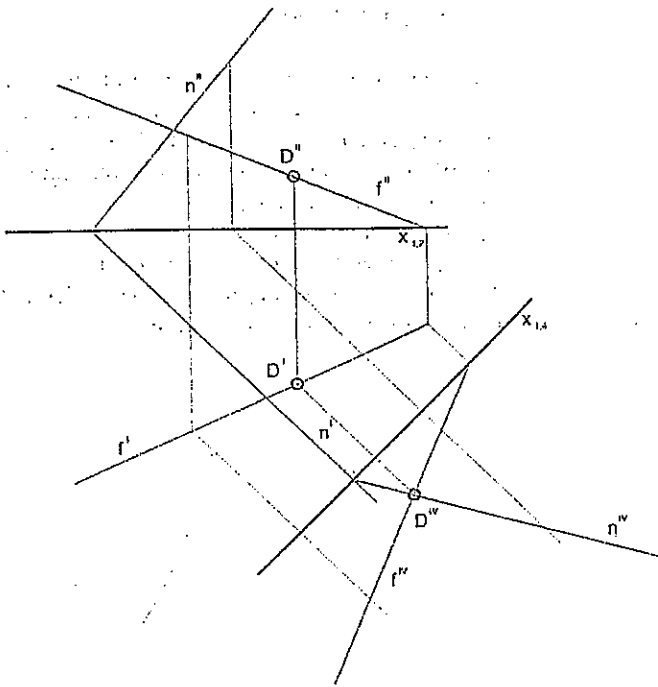
Saját feljegyzések:



#### 5, Sík és egyenes metszéspontjának szerk.

- Dőféspont megszerkesztése negyedik képről:  $n^{IV}$  és  $f^{IV}$  metszéséből
- $D'$  és  $D''$  megszerkesztése a rendezők segítségével

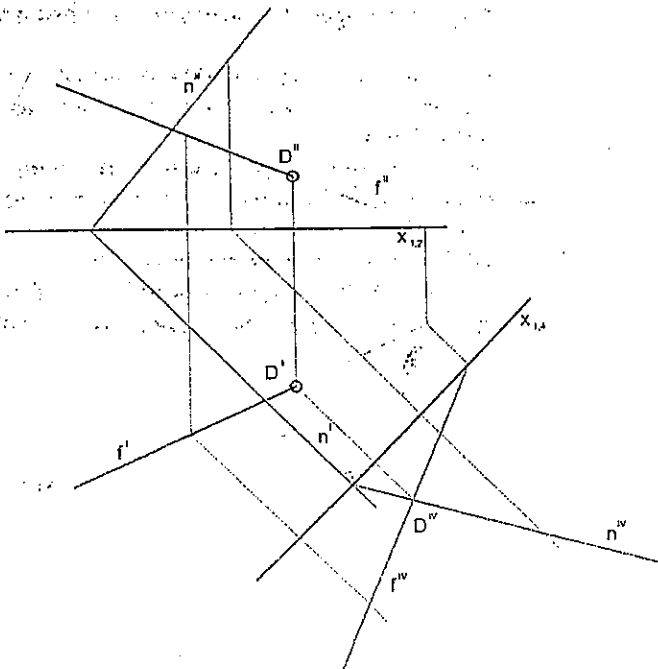
Saját feljegyzések:



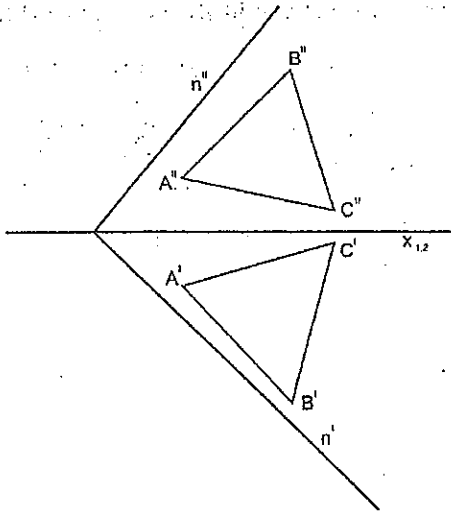
#### 6, Egyenes láthatóságának megállapítása

- Láthatóság a dőféspontban vált
- Láthatóságot itt a negyedik képről célszerű meghatározni

Saját feljegyzések:



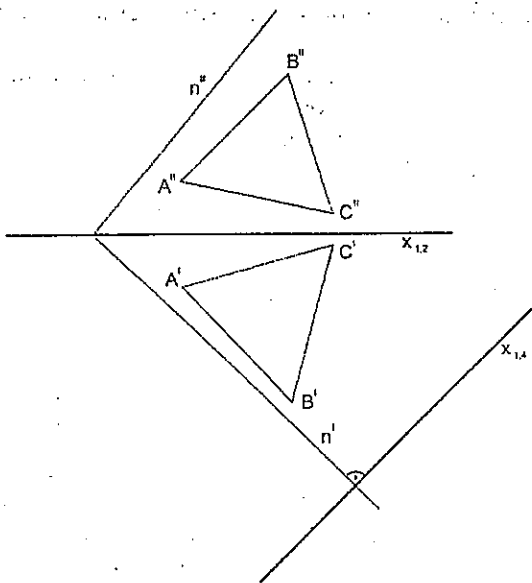
# Nyomvonalaival és három pontjával adott síkok metszésvonala



## 1, Adott az n és az ABC sík

- Nyomvonalaival adott az n sík
- Három pontjával adott az ABC sík
- ABC sík feszített sík, mivel az első és második képen ellentétes a körüljárási iránya (második képen óramutató járásával megegyező, másodikon ellentétes)

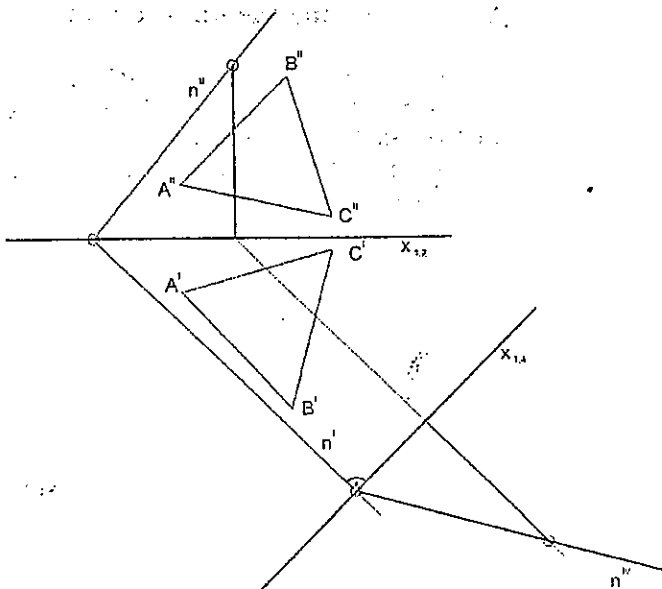
Saját feljegyzések:



## 2, Új képsík felvétele

- A metszésvonal megszerkesztéséhez az egyik síkot élben kell látnom, legegyszerűbb, ha a nyomvonalaival adott n síkot választjuk
- Minden sík a nyomvonalára merőleges új képsíkon élben látszik, így n'-re merőleges  $X_{1,4}$  tengelyt veszünk föl.
- Az  $X_{1,4}$  tengely helyzete tetszőleges, de érdemes úgy felvenni, hogy a végső ábra is kiferjjen és ne lógjon bele semmibe

Saját feljegyzések:



## 3, Az n sík negyedik képének megszerk.

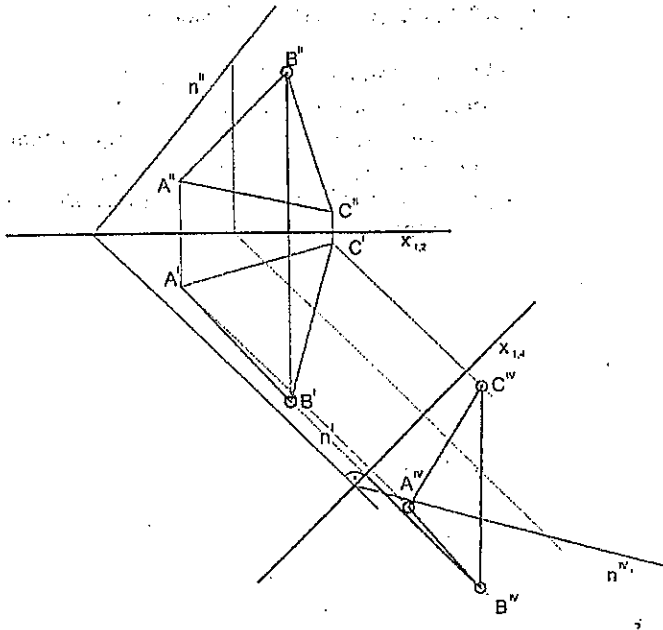
- n''-n felveszek egy tetszőleges pontot, ezt levetítem az  $X_{1,2}$  tengelyre és onnan n'-vel párhuzamos rendezőt húzok
- Negyedik képen erre mérem fel az elmaradó rendezőt (zöld szakasz), ezen a ponton fog átmenni n<sup>IV</sup>
- Mivel n''-re merőlegesen vettük föl az új képsíkot, ezért n sík a negyedik képen élben látszik, kiindulási pontja ott van, ahol n' metszi az  $X_{1,4}$  tengelyt

Saját feljegyzések:

#### 4, Az ABC sík negyedik képének megszerk.

- ABC sík pontonkénti transzformálása a negyedik képsíkba
- Elmaradó rendezők felmérése a második képről (zöld szakasz)

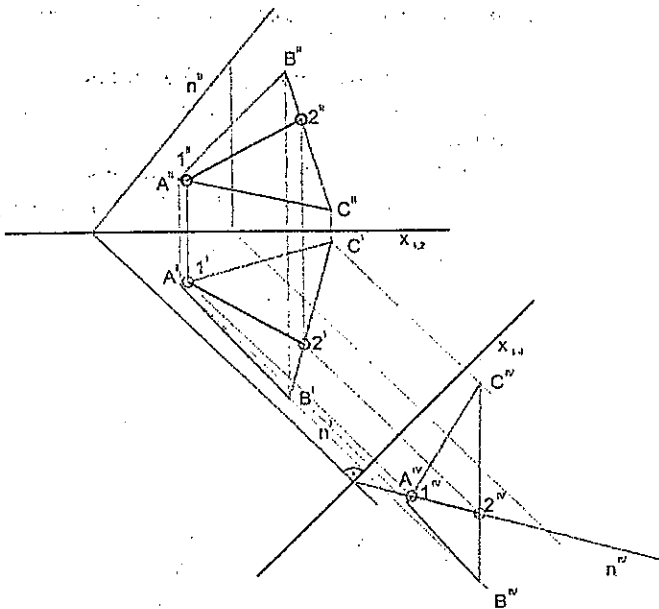
Saját feljegyzések:



#### 5, Metszésvonal megszerkesztése

- A metszésvonal a két sík közös egyenese, amelyik illeszkedik a háromszög síkjára
- 1<sup>IV</sup> és 2<sup>IV</sup> pontok megszerkesztése a negyedik képen: n<sup>IV</sup> metszi ki őket az A<sup>IV</sup>C<sup>IV</sup> és B<sup>IV</sup>C<sup>IV</sup> oldalakból
- Metszésvonal első-és második képének megszerkesztése rendezők segítségével

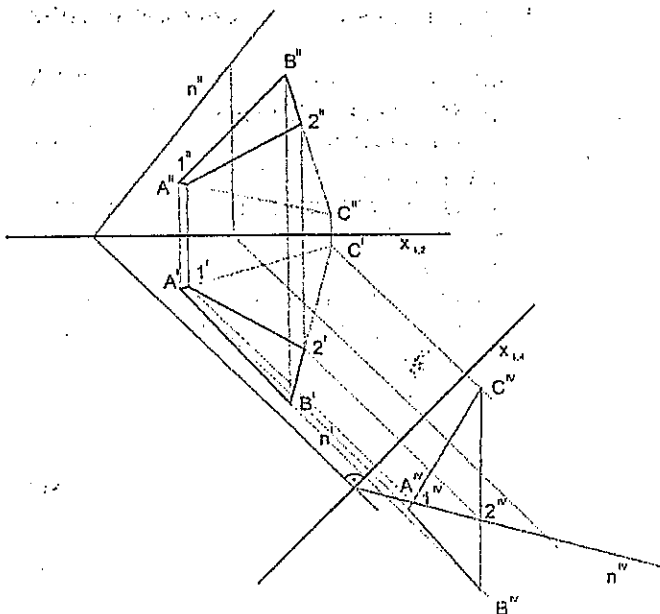
Saját feljegyzések:



#### 6, Az ABC sík láthatóságának megállapítása

- Az ABC sík láthatósága az 1es és 2es pontokban vált
- Láthatóságot itt is a negyedik képről célszerű meghatározni: Az A<sup>IV</sup> és B<sup>IV</sup> csúcsok vannak az n sík felett, így azok látszanak

Saját feljegyzések:

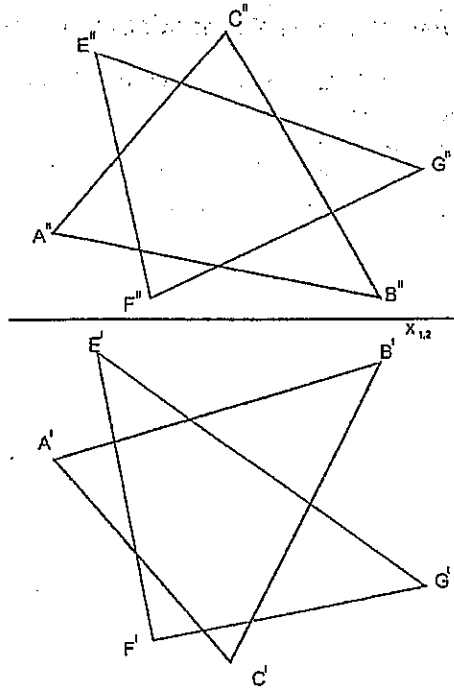


# Három pontjával adott síkok metszésvonala

## 1, Adott az ABC és EFG síkok

- Három pontjával adott az ABC sík
- Három pontjával adott az EFG sík
- ABC sík feszített sík, mert első-és második képén a körüljárási irány ellentétes
- EFG sík dült sík, mert első-és második képén a körüljárási irány megegyezik

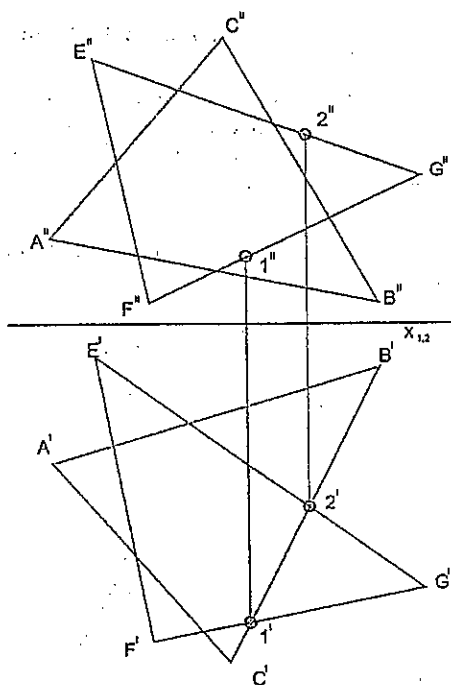
Saját feljegyzések:



## 2, Illesszünk a BC oldalra első vetítősíkot

- A B'C' oldalra illesztett első vetítősík F'G' oldalból az 1'es, az E'G' oldalból a 2'es pontot metszi ki
- 1' és 2' pontokból húzott rendezők az F''G'' és E''G'' oldalakból kimetszik 1'' és 2'' pontokat

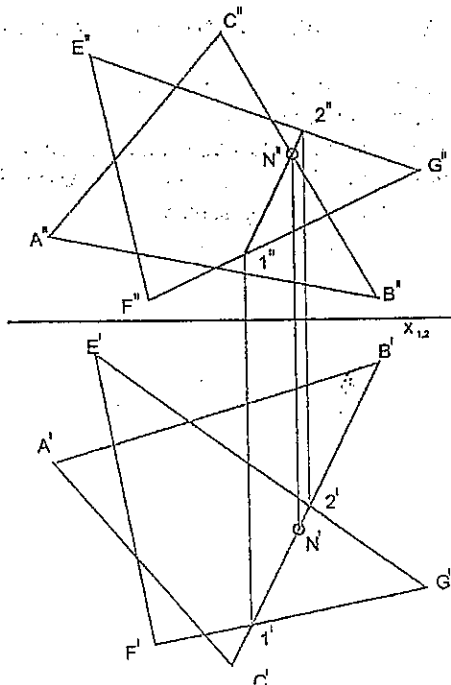
Saját feljegyzések:



## 3, BC oldal és az EFG sík dőléspontja

- Az 1''2'' metszésvonal és a B''C'' oldal metszéseként megkapjuk N'' dőléspontot
- N''-ből húzott rendező a B'C' oldalból kimetszi N'-t

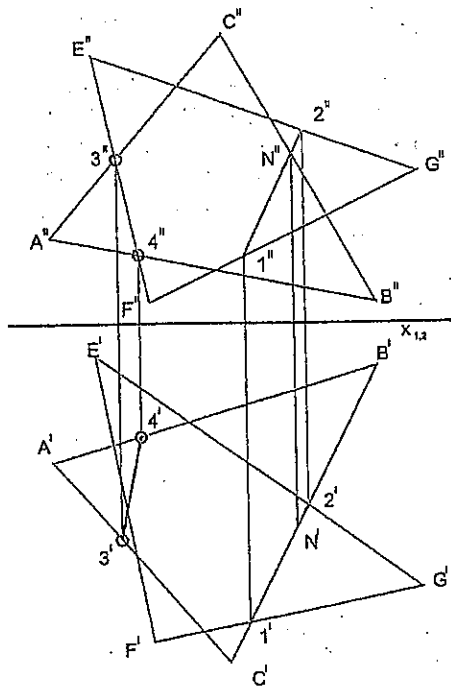
Saját feljegyzések:



#### 4, Illesszünk az EF oldalra második vetítősíkot

- Az  $E''F''$  oldalra illesztett második vetítősík az  $A''C''$  oldalból a  $3''$ , az  $A''B''$  oldalból a  $4''$  pontokat metszi ki
- $3''$  és  $4''$  pontokból húzott rendezők az  $A'C'$  és  $A'B'$  oldalakból kimetszik  $3'$  és  $4'$  pontokat

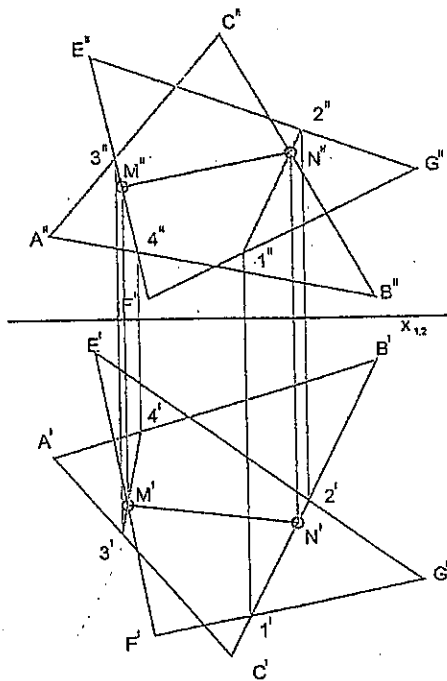
Saját feljegyzések:



#### 5, A két sík metszésvonalának megszerk.

- A  $3'4'$  metszésvonal és az  $E'F'$  oldal metszéseként megkapjuk  $M'$  dőféspontot
- $M'$ -ből húzott rendező az  $E''F''$  oldalból kimetszi  $M''$ -t
- A két sík metszésvonala az  $NM$  szakasz (mindkét képe meg van szerkesztve)

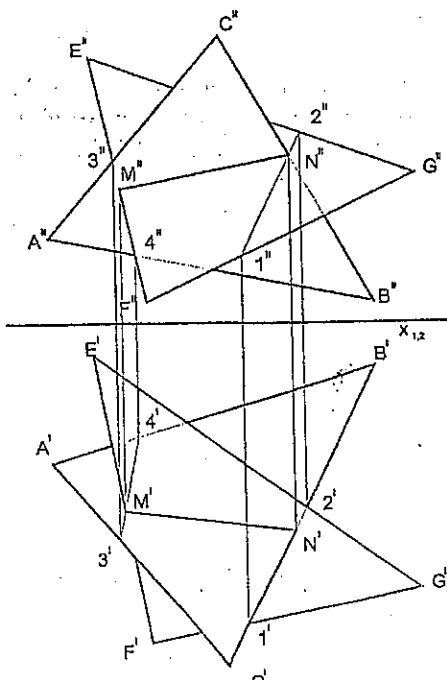
Saját feljegyzések:



#### 6, A síkok láthatóságának megállapítása

- Láthatóság a metszésvonalon vált
- Az egyes oldalak láthatóságát a 13. oldalon bemutatott módon célszerű megállapítani
- Érdekes abból kiindulni, hogy a két sík közös kontúrja mindig látszik, ezután elég egy oldalpárról eldönteni, melyik van fölül és onnan már egyértelmű

Saját feljegyzések:





# Árnyékszerkesztés

- Egyenes árnyéka az első képsíkon
- Egyenes árnyékának törése az első-és második képsíkon
- Háromszög árnyéka
- Hatszög alapú gúla önárnyéka és vetett árnyéka

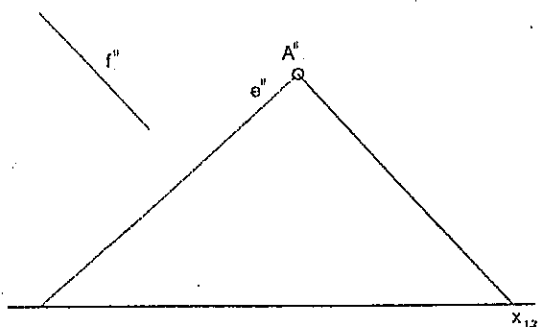
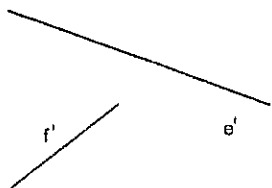
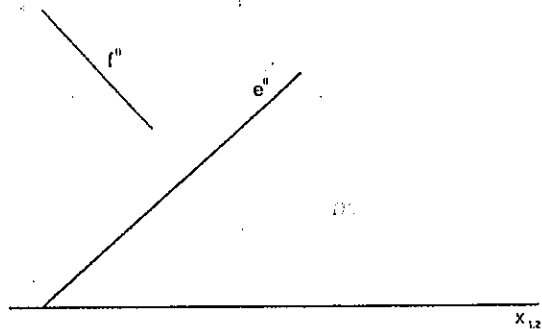
Készítette: Tóth Szabolcs  
Korrektor: Bárdné Dr. Feind Teréz

# Egyenes árnyéka

## 1, Adott az e egyenes és az f fénysugár-irány

- Két képevel adott az e egyenes
- Két képevel adott az f fénysugár-irány
- Az egyenes képsíkra vetett árnyékát két, tetszőleges pontjára illesztett fénysugár nyompontjaként szerkeszthetjük

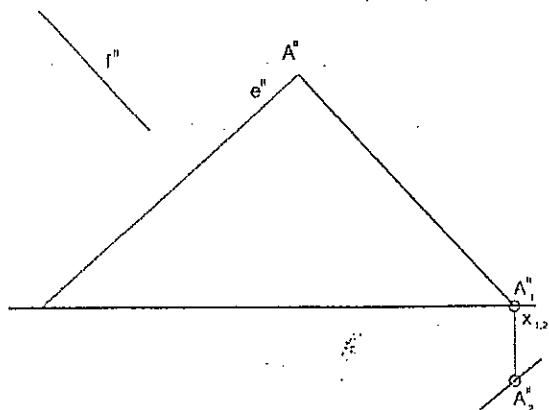
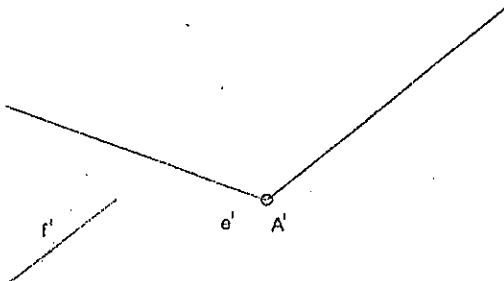
Saját feljegyzések:



## 2, Fénysugár illesztése az A pontra

- Az A pont első-és második képére is illeszttem az f fénysugár-irányt

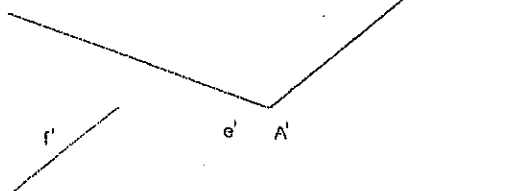
Saját feljegyzések:



## 3, A pont árnyékának első-és második képe

- Az A'' pontra illesztett f'' fénysugár-irány az A1'' pontban metszi az X1,2 tengelyt
- A1''-ből húzott rendező kimetszi A2''-t
- Az A1'' és A2'' pontok az A pont árnyékának első-és második képe

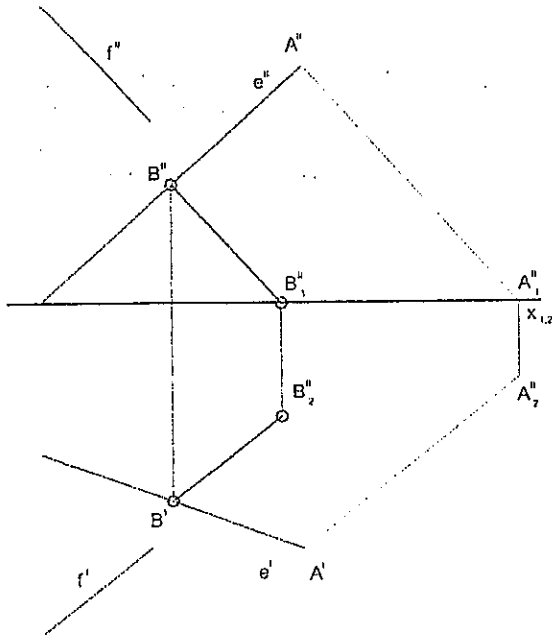
Saját feljegyzések:



#### 4, B pont felvétele és árnyékának megszerk.

- B pont az e egy egyenes tetszőleges pontja
- A B'' pontra illesztett f'' fénysugár-irány a B<sub>1</sub>'' pontban metszi az X<sub>1,2</sub> tengelyt
- B<sub>1</sub>''-ből húzott rendező kimetszi B<sub>2</sub>''-t
- A B<sub>1</sub>'' és B<sub>2</sub>'' pontok a B pont árnyékának első- és második képe

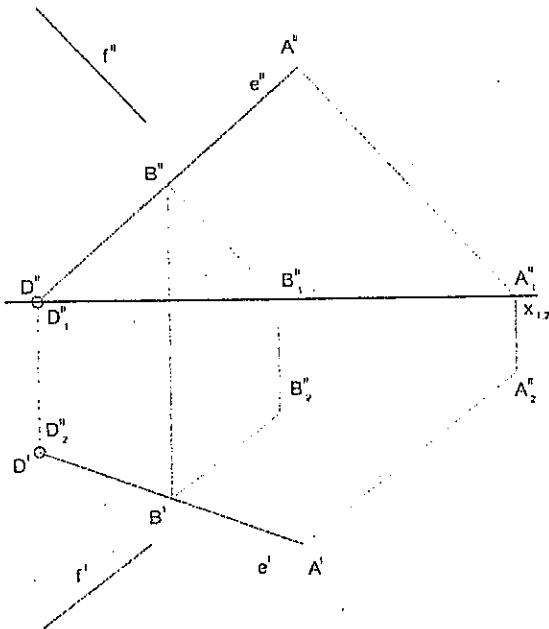
Saját feljegyzések:



#### 5, Dőféspont árnyékának megszerkesztése

- a D Dőféspont árnyéka önmaga (D''), mert D benne van az árnyékelfogó síkban
- Ez okból az árnyéknak is ebből a pontból kell majd kiindulnia, ami jó ellenőrzési pontot jelent

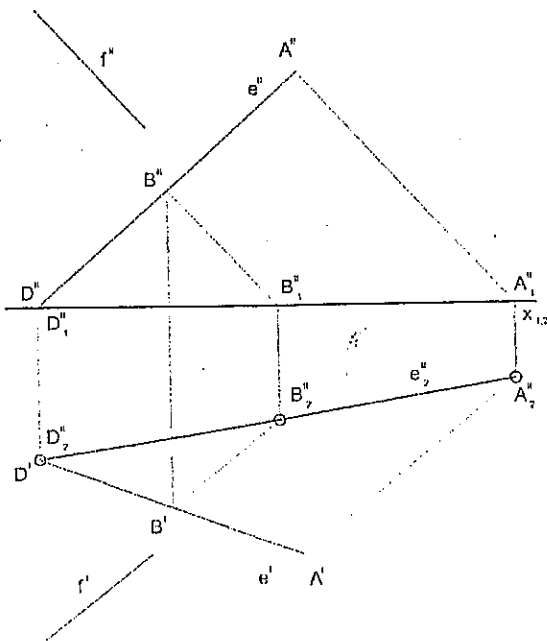
Saját feljegyzések:



#### 6, Egyenes árnyékának megszerkesztése

- Az egyenes árnyéka átmegy a D'' B'' és A'' pontokon
- Ell: D'' B'' és A'' pontok egy egyenesre esnek

Saját feljegyzések:

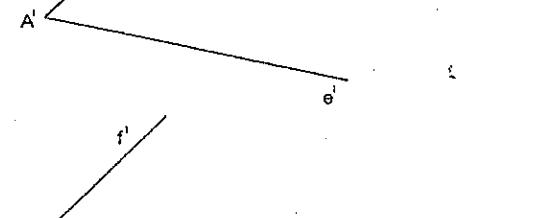
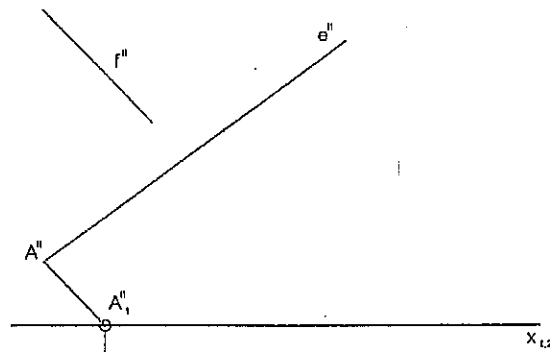
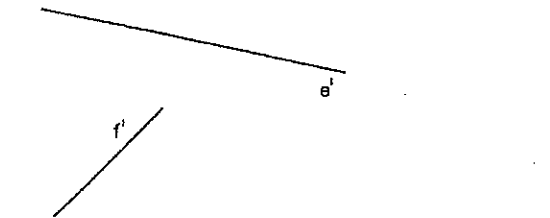
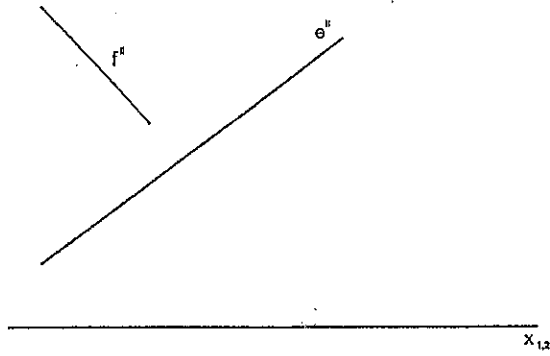


# Egyenes árnyékának törése az első-és második képsíkon

## 1, Adott az e egyenes és az f fénysugár-irány

- Két képével adott az e egyenes
- Két képével adott az f fénysugár-irány
- Az egyenes képsíkra vetett árnyékát két, tetszőleges pontjára illesztett fénysugár nyompontjaként szerkeszthetjük

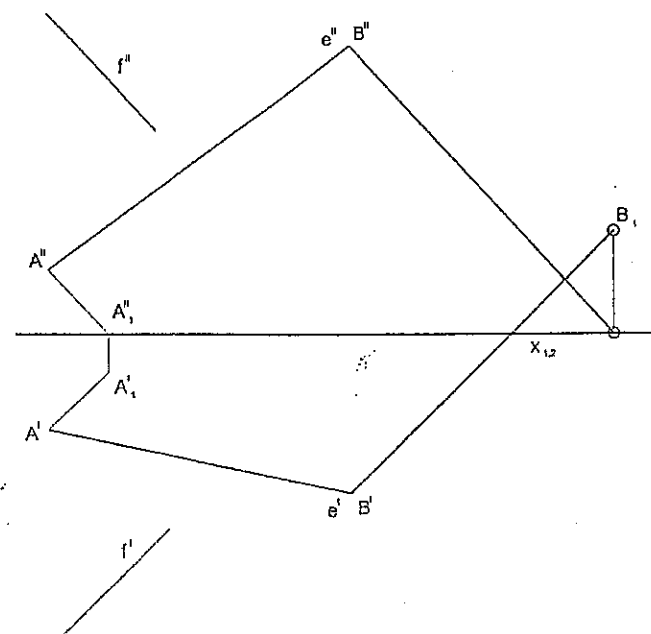
Saját feljegyzések:



## 2, A pont árnyékának megszerkesztése

- Az A'' pontra illesztett f'' fénysugár-irány az A<sub>1</sub>'' pontban metszi az X<sub>1,2</sub> tengelyt
- A<sub>1</sub>''-ből húzott rendező kimetszi A<sub>2</sub>''-t
- Az A<sub>1</sub>'' és A<sub>2</sub>'' pontok az A pont árnyékának első-és második képe

Saját feljegyzések:



## 3, B pont első képsíkra eső árnyékának szerk.

- A B pontra illesztett f fénysugár első nyompontját szerkesztjük
- A B<sub>1</sub> pont virtuális árnyékpont lesz (az első képsíkon itt lenne a B pont árnyéka, ha nem törne meg az X<sub>1,2</sub> tengelyen és nem „kúszna fel” a második képsíkra)
- Rendezőt onnan húzok, ahol f'' metszi az X<sub>1,2</sub> tengelyt és ez metszi majd ki B<sub>1</sub>-et

Saját feljegyzések: