Építész matematika 2005/06/1

Mintafeladatok a vizsgához

1. Bontsa fel az $\underline{a}(3,3,3)$ vektort a $\underline{b}(1,2,1)$ vektorral párhuzamos és rá merőleges komponensekre!

2. Írja fel az $y = \sin(arc\,\mathrm{tg}\,x)$ függvény $x_0 = 1$ helyhez tartozó érintőjének egyenletét!

3. $\int_1^2 \frac{4}{\sqrt{x-1}+1}\,dx =$

4. Vizsgálja meg az $f(x) = \frac{1-2\ln x}{x}$ függvényt növekedés, fogyás, szélsőérték, konvexitás szempontjából! Ábrázolja a függvény grafikonját!

5. Bizonyítsa be, hogy ha $\underline{a}_1$, $\underline{a}_2$, $\underline{a}_3$ és $\underline{a}_4$ vektorok lineárisan függetlenek, akkor az $\underline{a}_1$, $\underline{a}_2 - \underline{a}_1$, $\underline{a}_3 - \underline{a}_2$, és $\underline{a}_4 - \underline{a}_3$ vektorok is függetlenek!

6. Bizonyítsa be, hogy ha egy gömb alakú kenyeret egyenlő vastag szeletekre vágunk, akkor minden szeletnek ugyanannyi héja van. (Azaz, ha egy R sugarú gömböt párhuzamos síkokkal $2n$ darab egyenlő vastagságú szeletekre vágunk, akkor valamennyi gömbszelet palástjának felszíne azonos méretű!)
[Segítségül: Ha az $f(x)$ függvény görbéjének az [a, b] intervallum fölötti részét megforgatjuk az x-tengely körül, akkor a keletkezett test felszíne:
$F = 2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+(f')^2}\,dx$.]