1 Szilárdságtan I. – rudak feszültségi és alakváltozásai

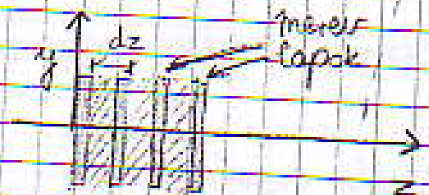
1 Mi a Bernoulli – Navier hipotézis? Mely esetekben fogadtuk el és melyekben nem?

RÚD: olyan test, melynek 2 mérete elhanyagolható a 3. mellett

RÚDMODELL

L > 5h

rúdtengely

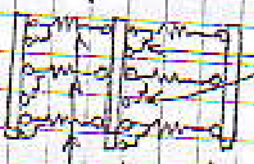


merev lapok

→ ez a feltételezés azzal egyenértékű, hogy a rúdtengelyre merőleges metszetek síkok maradnak deformáció után is

(akkor a normál feszültségek is sík szerint oszlanak meg)

↑ kitöltőanyag (rugalmas ill. képlékeny)
(vékony szilárd anyag)

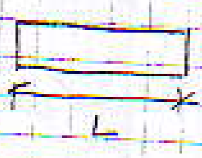


lineáris csavarrugók

nagyon kicsi
nagyon sok } lineáris rugó

A B-N hipotézis axióma, amely bizonyos határok között jól közelíti a kísérleti méréseket

geometria:

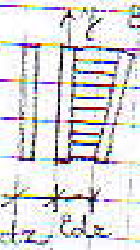


$\frac{L}{h} > 5$

igénybevétel: húzás, nyomás, hajlítás } → jó

nyírás, csavarás } → problémás

Feszültségek számításakor egy keresztmetszet-párt vizsgálunk (elemi rúdrész/rúdelem)

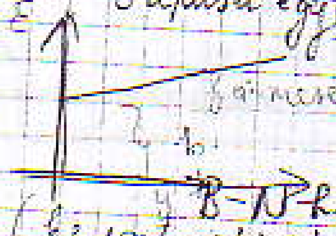


Az eltávolított szerkezeti részek hatásának pótlására a rúdelem egyik oldalán működtetjük a belső erőkerdőjét: az igénybevételt, a másik oldalán magát a belsőerőt vagyis a feszültségeket.

$\sigma \left[\frac{kN}{cm^2}\right]$

$F = \int_A \sigma \, dA$

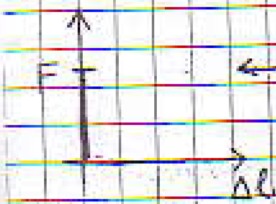
$M = \int_A \sigma y \, dA$



3 típusú egyenlet:
- Egyensúlyi (statikai, nyom.)
- Anyagegyenlet (Fizikai) pl. $\sigma = E\varepsilon$ (Hooke-tv.)
- Geometriai $\varepsilon = ay + b$

B-N hip. (keresztmetszet sík)

(2.) Mikor nevezünk egy testet merevnek, szilárdnak, illetve rugalmasnak? Milyen esetekben fogadhatók el ezek a közelítések?



← merev test: alaktartó, azaz alakját erő hatására nem változtatja

közelítés, mely bizonyos esetekben elfogadható

→ statikailag határozott szerkezetek kapcsolati - és külső erőinek számítása

terhelési folyamat diagramja

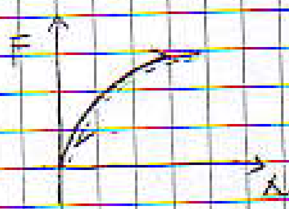
szilárd test: (~~alakját az erő hatására változtatja ugyan de csak kissé.~~)

van alakja, de az erőhatásra megváltozik

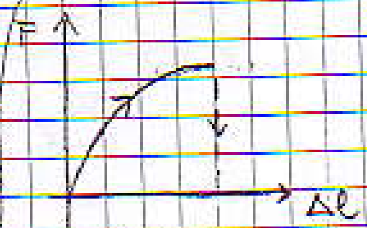
(nem szilárd pl. folyékony, gáznemű)

Szilárdságtani szempontból a szilárd test (pontosabban annak anyagának) legfontosabb tulajdonságát az erők és a hatásukra keletkező alakváltozások közötti kapcsolat jellemzi.

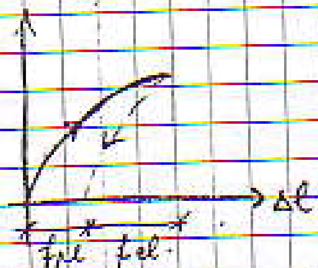
Ez alapján a szilárd testet típusokba soroljuk az F-Δl diagram szerint:



rugalmas test

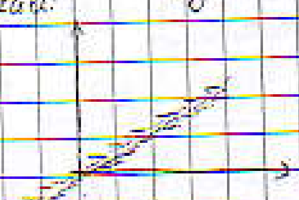


képlékeny test

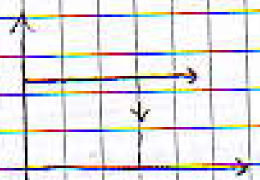


rug.-képl. test

idealizált:



lineárisan rug. test



lin. képl. test

idealizáltan

lin. rug.-képl. test

idealizáltan

az erőhatás megszűntével a deformáció megszűnik (a test visszanyeri eredeti alakját)

az alakváltozás az erőhatás megszűnése után is megmarad

az alakváltozás egy része megszűnik, egy része megmarad

? nem idealizáltan képl.?

Mit jelent az a feltételezés, hogy a tartó anyaga homogén és izotróp? Ismertesse, hogy mely szerkezeti anyag esetében mely feltételezés tekinthető indokoltnak! Milyen számításoknál használtuk ki ezt a feltételezést?

homogén: (szilárdsági) tulajdonságai a test minden pontjában azonosak [pl. hogy mennyi és milyen igénybevételeket képes elviselni.]

! inhomogén pl. vasbeton (→ B-N → lin / → rúd. tart. ?)

izotróp: tulajdonságai az iránytól függetlenek (azaz tulajdonságai minden irányban azonosak)

! pl. a fa, rostokkal ∥ és rájuk ⊥ irányban eltérően viselkedik

(és) fa kapcs. nyírás

Pl. a szerkezeti acélok általában homogén és izotróp anyagnak tekinthetők igen nagy pontossággal

tiszteletlen km-változásnál a fa anizotróp tulajdonsága miatt sokkal kedvezőtlen, mint az acélanyagú szerkezeteknél

(tiszteletlen km vált. → feszültségcsúcs)

vasbeton : inhomogén
acél : izotróp és homogén
fa : anizotróp

(4.) Mit mond ki a Hooke-törvény? Értelmezze a képletben szereplő mennyiségeket, adja meg a dimenziókat! Mik a határai a Hooke-törvény alkalmazásának?

Robert Hooke (1653 - 1703) angol fizikus

lineáris rugalmas test esetén igaz

Hooke-törvény: (lineáris rugalmassági törvény):

Az erő arányos a megnyúlással.

(egyenesen arányos!)

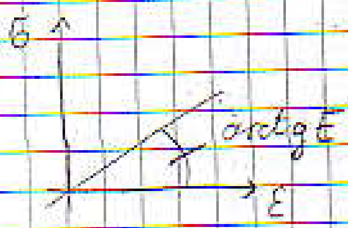
$$\boxed{\sigma = E \cdot \varepsilon}$$

→ FAJLAGOS RELATÍV MEGNYÚLÁS [dimenzió nélküli, nincs mértékegysége]

FESZÜLTSÉG $[\sigma] = [kN/cm^2]$

RUGALMASSÁGI MODULUS (YOUNG-modulus) $[E] = [kN/cm^2]$

→ egységnyi fajlagos megnyúlást létrehozó feszültség



anyagra jellemző diagram

egyetlen számadattal [E] jellemezhetjük egy lineárisan rugalmas anyagot

($pl. E_{acél} = 20600\ kN/cm^2$)

Hooke-tv.: axióma, amely valós anyagokra csak korlátozott tartományban és közelítőleg teljesül (arányossági hat.)

A $\sigma - \varepsilon$ összefüggést leíró axiómát anyagegyenletnek vagy anyagtörvénynek szokták nevezni.

→ fajlagos merevség

fajlagos rugómerevség: $\bar{c} = cl \rightarrow F = c\,\Delta l = \bar{c}\,\varepsilon = \bar{c}\,\frac{\Delta l}{l}$ → fajlagos megnyúlás (ε)

→ rúd hosszának különbözése

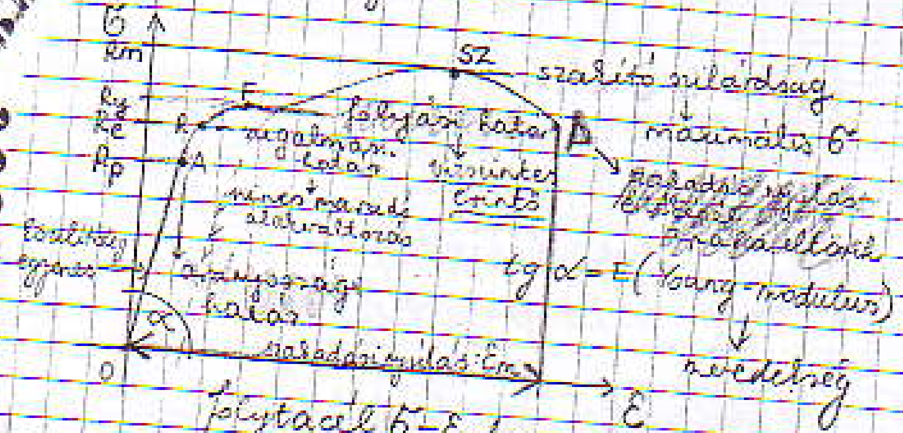
felület-egységre vonatkoztatott erő ← $\frac{F}{A} = \frac{\bar{c}}{A} \cdot \varepsilon$ → km. különbözésre

$\sigma = E \cdot \varepsilon$

A Hooke-tv. csak a lineárisan rugalmas anyagú testekre igaz, a nemlineárisan rugalmas anyagú testekre nem érvényes. Ez nagyon azt is, hogy a számításaink egyszerűsítése miatt gyakran ott is feltételezzük a Hooke-tv. érvényességét, ahol az a valóságban nem áll fenn. (Figyelembevéve persze az így elkövetett hiba várható következményeit és)

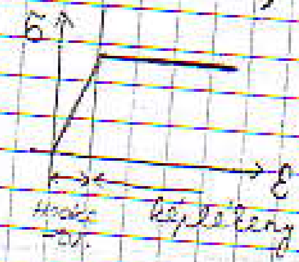
(A $\sigma - \varepsilon$ összefüggést más axiómával is leírhatjuk (pl. képlékeny viselk.))

Ismertesse egy elterjedt szerkezeti anyag (pl. acél v. beton) σ–ε diagramját! Értelmezze a Young-modulust, nevezze meg a diagram nevezetes pontjait!



folytacél σ–ε diagramja (feszültség-nyúlás)

Vattás: (anyaggyakorlatból)



O–A: az anyag jó közelítéssel követi a Hooke-törvényt (feszültség arányos a megnyúlással)

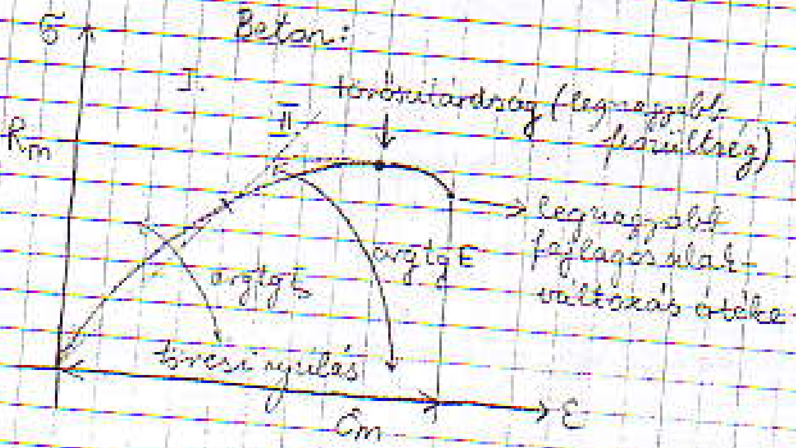
O–R: az anyag még rugalmasan viselkedik (tehermentesítés után visszanyeri eredeti alakját.)

F: érintő (közel) vízszintes (a feszültség növekedése nélkül az alakváltozás egy mértékben nő)

F–SZ: felkeményedik az eddiginél nagyobb feszültséget tud felvenni

SZ–D: feszültség csökken, nyúlások nőnek (instabil ág)

Beton:



nagyobb feszültségnél a σ–ε diagram érintője egyre kisebb szöget zár be az ε tengellyel.

E értéke szerkezeti anyagoknál:

vasacél	20600 kN/cm²
alumínium	7500 kN/cm²
keményfa (rostiránnyal)	1300 kN/cm²
puhafa (r. ∥)	1500 kN/cm²
hurkosul-gal nem rendelkező a.:	
att. min. beton	2300 kN/cm²
faragott kőfal	1000 kN/cm²
téglafalazat	500 kN/cm²
keményfa (r. ⊥)	100 kN/cm²
puhafa (r. ⊥)	40 kN/cm²

⑥ Értelmezze a határfeszültség, a folyási határ, a mértékadó feszültség fogalmát!

határfeszültség: az a legnagyobb feszültség, amit a Sz még elbír — rugalmas határfeszültség
— képlékeny határfeszültség

rug.: amelynél nagyobb feszültségnél a Sz képlékennyé válik
$\sigma > \sigma_H$ (adott a Sz minden pontja még)

képl.: amelynél nagyobb feszültségnél a Sz megfolyik
(= folyási határ?) (minden pontja képlékennyé válik)

folyási határ: F ponthoz tartozó feszültség

(Ky: a σ – ε diagramnál ahhoz a ponthoz tartozó érték) amely pontban az érintő (görbe) vízszintessé válik; folyás: a feszültség növekedése nélkül az alakváltozás nagy mértékben nő

mértékadó feszültség: (az a feszültség, ami a terhelés hatására fellép az anyagban.)
→ a várható valószínűséggel előforduló legnagyobb feszültség
= a legnagyobb terhelésből
~ tervezési érték (mértékadó)

Mi az osztott biztonság elve? Hogyan tükrözi a méretezési szabvány ezt az elvet?

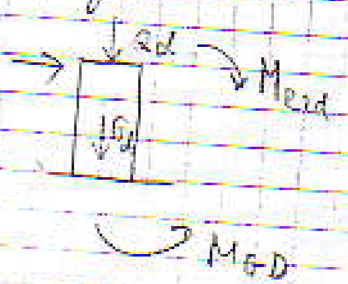
R: az igénybevétel-összehasonlítással történő méretezésnél alkalmazzuk. Ez azt jelenti, hogy a méretezés során szereplő adatok bizonytalanságát ott akarjuk figyelembe venni, ahol az föllép: a teher bizonytalanságát az igénybevétel számításánál (biztonsági tényezőkkel, a veszélyes teher-csoportosítások megkeresésével), az anyag szilárdságának ingadozását a szilárdsági jellemzőinek megadásánál. (Ilyenkor a biztonsági tényezőkkel szorzott teheradatokkal számítjuk ki a mértékadó igénybevételt (N_m); ezzel állítjuk szembe a megvárható valószínűséggel előforduló legkisebb szilárdsággal számított N_H határigénybevételt; $\Rightarrow N_m \leq N_H$ megfelel)

a maximumot amit felvehet

$N_{hat.}$ .... $\geq N_{...}$

táblázat

M: helyzeti állékonyság!



$$M_{GD} \geq M_{RD}$$

teher-fajtái

* állandó teher (G)
* változó teher (Q) — hasznos, meteorológiai (hó, szél)
* különleges

várható érték × biztonsági tényező = tervezési érték

$$P_k \times \gamma_0 = P_d$$

$$E_d = \Sigma G_d + \Sigma Q_d + \Psi \cdot \Sigma (S_d + W_d)$$

Ψ: egyidejűségi tényező

8. Mit jelent a lineáris szuperpozíció elve feszültségek számításakor? Milyen esetben érvényes?

Ott érvényes, ahol a Hooke-törvény alkalmazható (ahol $\sigma-\varepsilon$ diagram lineáris). Mivel a Hooke-törvény lineáris kapcsolatot állapít meg az erő és az elmozdulás között, módot ad számításaink rendkívüli egyszerűsítésére: lehetővé teszi, hogy több erő hatását az egyes erők hatásának összegeként állítsuk elő. Ezt a rendkívül fontos elvet szuperpozíció (egymásra helyezés) elvének nevezzük.

Rugalmas állapotban lévő szerkezeteknél alkalmazhatjuk: egy erőrendszer szilárdságtani hatása (feszültségek, alakváltozások, stb.) megkapható az erőrendszert alkotó egyes erők szilárdságtani hatásának összegéből: *

Legyen $y = f(x) = ax$

akkor $f(x^1) + f(x^2) = f(x^1 + x^2)$, hisz $ax^1 + ax^2 = a(x^1 + x^2)$

Ez akkor is igaz, ha a és x vektorok (y skalár)

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad y = \underset{\uparrow}{\underline{a}}\,\underline{x} = a_1x_1 + a_2x_2$$

skaláris szorzat

$$f(\underline{x}^1) + f(\underline{x}^2) = a_1x_1^1 + a_2x_2^1 + a_1x_1^2 + a_2x_2^2 = a_1(x_1^1 + x_1^2) + a_2(x_2^1 + x_2^2) =$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^1 + x_1^2 \\ x_2^1 + x_2^2 \end{bmatrix} = a(x_1 + x_2) = f(\underline{x}_1 + \underline{x}_2)$$

Nem alkalmazható: • ha külp. nyomaték a D magon kívül (de a km belül) van és nincs húzószilárdság

• képlékeny esetekben

ALKALMAZHATÓ:

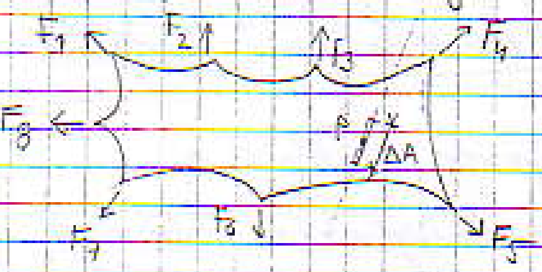
* közp. húzás/nyomás + egyenes hajlítás ⇒ külpontos ~~húzás/nyomás~~ hajlítás

Pl. $\sigma = \frac{N}{A}$ $\quad \sigma = \frac{M_y}{I_x}$ $\quad \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_x}\cdot x$

ferde hajlítás: $\sigma = \frac{M_x}{I_x}\cdot y \pm \frac{M_y}{I_y}\, x$

9. Mi a feszültség? Mi a különbség és mi a kapcsolat a σ és a τ feszültségek között?

vizsgálandó: egy egyensúlyi erőrendszerrel terhelt rugalmas test; belemetszünk egy P pontban egy választott t tengely mentén, ΔA hosszúságban; a metszet szélei eltávolodnak, ennek megszüntetésére ΔF erőre van szükség.



$\Sigma F_i = 0$

$\Sigma M = 0$

ha $\Delta A \to 0$

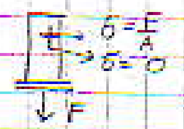
akkor $\Delta F \to 0$

de $\frac{\Delta F}{\Delta A} \to \bar{s}$

⇒ a hányados határértéke: a P pontban, a t irányú metszeten ébredő feszültség. $[s] = [kN/cm^2]$ vektormennyiség!

feszültség: egy adott sík adott pontjára vonatkoztatott vektormennyiség, dimenziója: erő osztva felülettel.
(FELÜLETRE JUTÓ FAJLAGOS ERŐ)

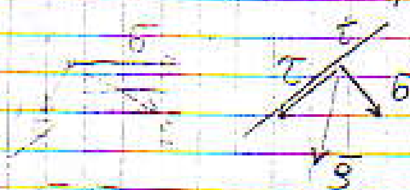
(s egyaránt függ P pont helyzetétől és a t iránytól



$\bar{s}$ feszültségvektor komponensekre bontható:

t-vel ∥ komponens: τ (a km síkjába eső komponens) → „nyírófeszültség"

t-re ⊥ komponens: σ (normálisirányú) → „normálfeszültség"



ferde km-t vizsgálva

$\sigma = s \cdot \cos\alpha = \sigma_1 \cdot \cos^2\alpha$

$\tau = s \cdot \sin\alpha = \sigma_1 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

(Mohr-kör)

σ feszültség szélsőértékei:

$\alpha = 0°$ és $\alpha = 180°$-hoz tartozó metszeteken vagyis a km-eken értéke maximális, $\alpha = 90°$ és $\alpha = 270°$-hoz tartozó értéke zérus, vagyis a hosszmetszetek feszültségmentesek.

a τ feszültség szélső értéket ott vehet fel, ahol deriváltja zérus értékű ($\alpha = \pm 45°$)

a km-i síkokra σ az normál, vagyis ⊥ (mint az ábrában a normálé)

(10) Hogyan modellezzük a gerendatartókat? Milyen határok között fogadható el ez a modell? Melyek az ebből adódó legfontosabb egyszerűsítések?

RÚDMODELL! (lsd. 1. tétel)   lineáris!

– egyenestengelyű, tetszőleges, de állandó km-ű rudak

– normálfeszültségeket hajlítás és nyírás esetén is a tiszta hajlításra levezetett összefüggésekkel határozzuk meg

Egyszerűsítések:

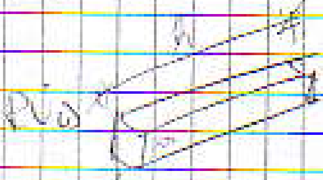
km-ek síkok maradnak (B-N)

szuperpozíció alkalmazható (lin. alapon)

tartót súlyvonalak, tartót terhelő erők ugyanabban a síkban vannak

egyenes szakasszal lehet jellemezni → hosszal számolunk (km súlypont összekötővel)

kis elmozdulások $\alpha \cong \sin\alpha$



$h > 5a,\ 5b$

húzásra, hajlításra, nyomásra is

Bernoulli - Navier

- kis elmozd.
- nem veszik fig. alakváltozást
- lin.-rug. esetén

↓

$\sigma = E \cdot \varepsilon$, szuperpozíció

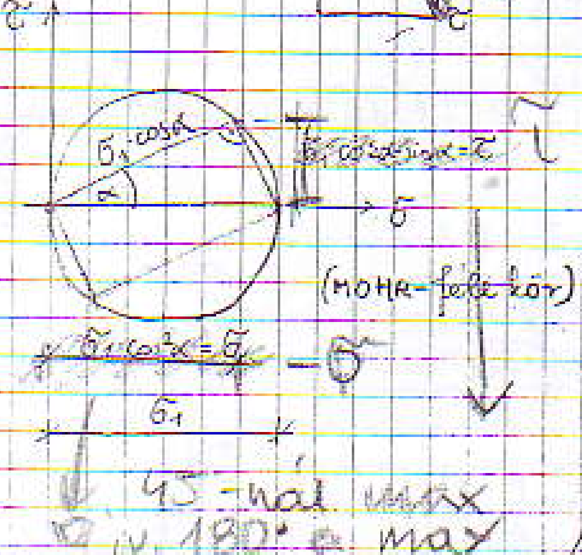
11) Mit értünk egy pont feszültségállapotán? Milyen speciális eseteket ismer? Ezek közül melyik jellemző a gerendatartókra?

Egy állandó km-ű húzott rúd egy tetszőleges pontjában egy tetszőleges normálissal megadott metszetekhez tartozó normál- és nyírófeszültségeket meg tudjuk határozni, sőt azt is tudjuk, hogy milyen esetben veszik fel szélső értékeiket és ezek nagyságát. → ismerjük az adott pontban a feszültségállapotot

Egy pont feszültségi állapotát a ponton át felvehető valamennyi tetszőleges normálishoz tartozó feszültségvektorok összessége határozza meg.

Speciális pl.

ferde metszet (húzott rúd ferde metszete)
bárhogy vesszük fel a metszetet a vizsgált pontban az eredő S feszültség mindig!! egy adott egyenessel azonos irányú. (→ lineáris feszültségállapot)



(Ha egy elemet több darabból készítünk, és a kapcsolóanyag húzószilárdsága kisebb a szerkezeti elem szilárdságánál, nyírószilárdsága viszont jelentős → a toldást ferde metszet mentén kell megtervezni
fa → ragasztás acél → hegesztés)

/45°-nál a max azt hiszem

A feszültségállapot megmutatja mi a kapcsolat a terhelés iránya és a fellépő feszültség között.

P pontban síkbeli feszültségállapot: P pontján átmenő valamennyi metszethez tartozó feszültségvektor illeszkedik egy feszültségmentes síkra.

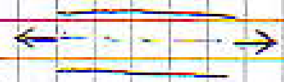
/ jelentősebb nyírás lép fel, mint húzás

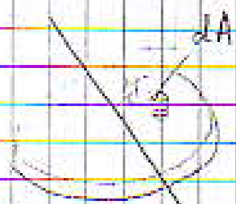
ragasztásnál ez jobb

(12.) Mit értünk központos húzáson? Mutassa be a feszültségek számítását központosan húzott, inhomogén anyagú rúd esetén!

Ha a szerkezet vizsgált metszetén a belső erők eredője a km súlypontjában ható húzóerő, akkor központos húzásról beszélünk. (Pl. rácsos tartók húzott rúdjaiban, ívtartók vonórúdjaiban, stb.)

Rugalmas esetben:





(Sp-i tengelyekre a nyomaték 0)

1, Egyensúly a, $\int_A \sigma \, dA = F$ $(\Sigma F = 0)$

b, $\int_A \sigma y \, dA = 0$ $(\Sigma M = 0)$

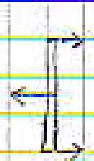
2, Geometria $\varepsilon = ay + b$ $a = 0$

3, Anyagegyenlet $\sigma = E\varepsilon$

1/a $F = \int_A \sigma \, dA = \int_A E\varepsilon \, dA = E\int_A \varepsilon \, dA = E\int_A (ay+b) \, dA = E\int_A ay \, dA + E\int_A b \, dA =$

$= Ea\underbrace{\int_A y \, dA}_{S_x = 0} + Eb\int_A dA$ ← felület A $\Rightarrow F = EbA$ $b = \frac{F}{EA}$

1/b $M = 0 = Ea\int_A y^2 \, dA + Eb\int_A y \, dA \;(\to 0) \Rightarrow a = 0$



(2) $\varepsilon = \frac{F}{EA}$ (3) $\sigma = E \cdot \varepsilon = \frac{F}{A}$ ($\sigma = \frac{F}{A}$ konstans)

(Egy központos húzásra igénybevett állandó keresztmetszetű rúd tetszőleges metszeteinek minden pontjában azonos nagy normálfeszültség ébred. Ez a feszültség arányos a húzóerővel és fordítottan arányos a km területével. → homogén) $N = \sigma A$!

(Tetsz. km: σ feszültség szélsőértékeit a metszetben veszi fel: – km: maximális – km feszültségmentes)

Képlékeny esetben: feszültség mindenütt $\sigma = \sigma_H$

a határigénybevételt keressük (itt F_H)

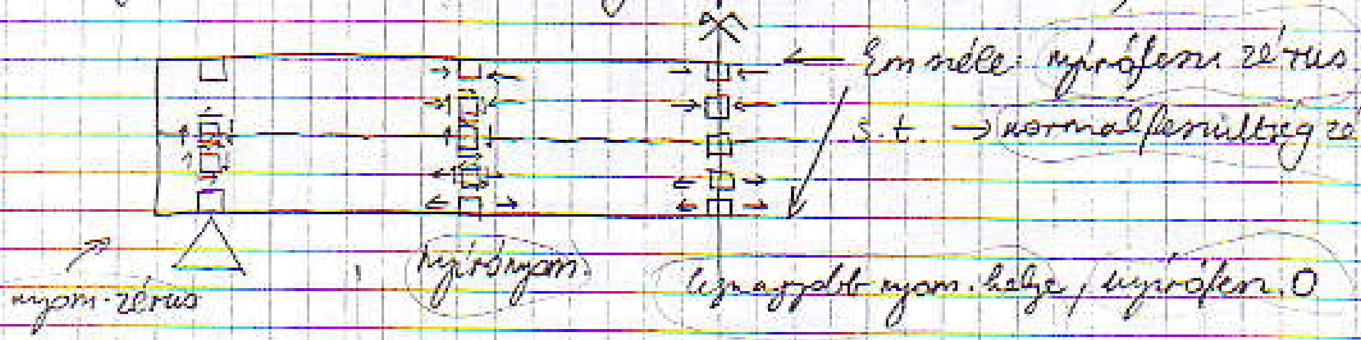
(3) $\boxed{\sigma = \sigma_H}$

1/a $F_H = \int_A \sigma \, dA = \boxed{F_H = A \cdot \sigma_H}$

(B-N hipotézis képlékeny állapotban is érvényes.)

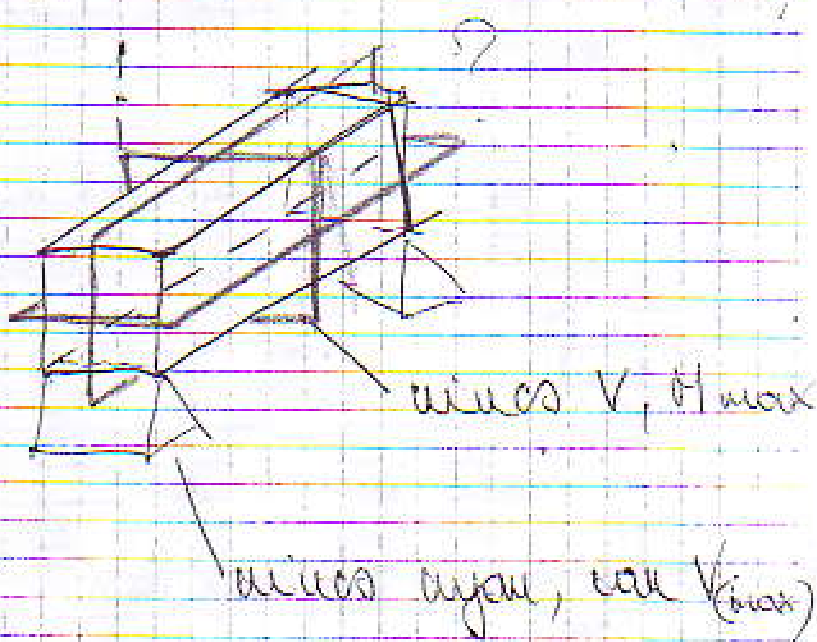
13. Általános terhelést feltételezve mutassa be, hogy egy gerendatartó mely metszetén milyen típusú feszültség ébred!

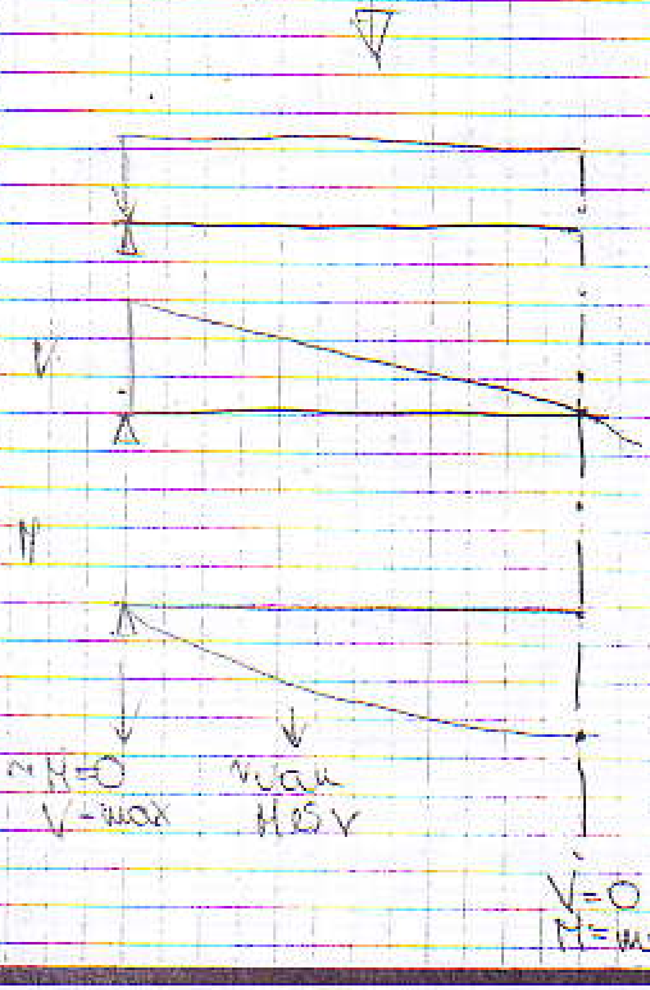
hajlított tartó feszültségállapota (TK.: 182. o.)



szimm., függ. erőkkel terhelt derékszögű négyszög, általános tartó
→ minden pontjában síkbeli feszültség állapot van

valamennyi pont feszültségmentes síkja ∥ a tartó függ. hosszirányú szimm. síkjával.

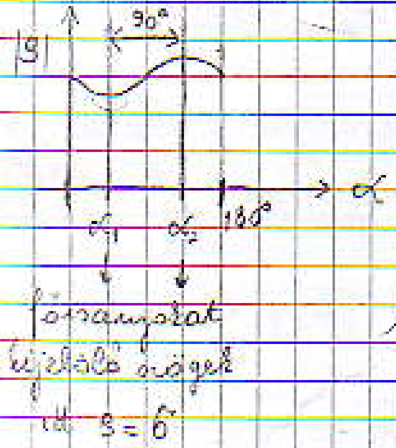




14. Mi a főfeszültség? Mi a főfeszültségi trajektória? Mutassa be a főfeszültségeket néhány egyszerű igénybevétel esetén!

Főirány: Ahol van olyan sík, ahol a $\underline{s}$ feszültségvektor normális irányú és így a nyírófeszültség zérus. A normálisnak ez a kitüntetett helyzete a főirány. A főirányhoz tartozó normálfeszültséget főfeszültségnek nevezzük.

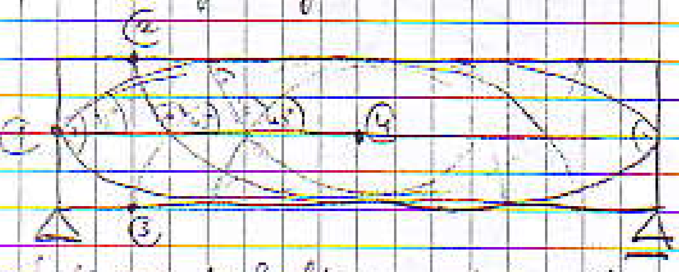
$\sigma \quad \tau = 0$



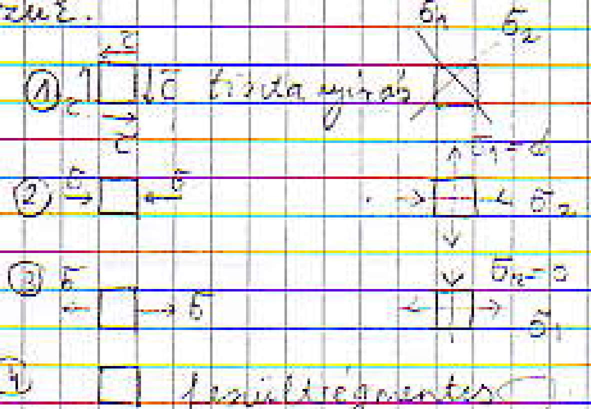
A főirányokba eső kimenő ($\underline{s}$) vektorok abszolút értéke a legkisebb ill. legnagyobb.

A főfeszültségek segítségével megállapítható az anyagban keletkező legnagyobb igénybevétel.

Azokat a görbéket, melyeknek a főirányok az érintői, főfeszültségi trajektóriáknak nevezzük.



Egyenletesen terhelt gerendatartó esetén ↑

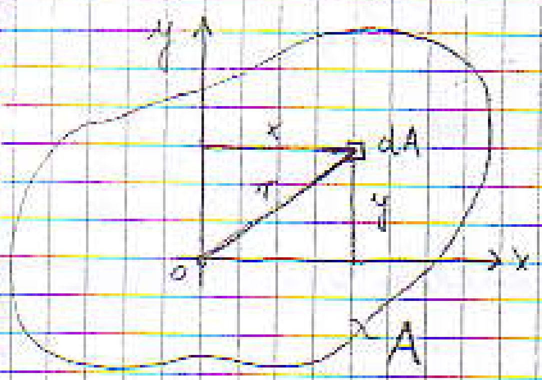


(semleges tengely helyén a normálfeszültség zérus)

A főfeszültségek a támaszvonalon és a seml. tengelyen 45°-os szöget z. be a gerenda tengelyével.

(15.) Mit értünk egy km inerciáján és terelőnyomatékán? Milyen képletben szerepelnek ezek a mennyiségek? Miért?

Ezek a síkidomok másodrendű nyomatékai. Ezeket úgy származtatjuk, hogy a síkidom minden dA felületelemét valamely távolság négyzetével, vagy két távolság szorzatával szorozzuk meg.



Inercia- vagy tehetetlenségi nyomaték:

x tengelyre vonatkozó

$$I_x = \int_{(A)} y^2 dA$$

y tengelyre vonatkozó

$$I_y = \int_{(A)} x^2 dA$$

$[cm^4]$

A koordinátarendszer O kezdőpontjára vonatkozó poláris inercianyomaték/szorzónyomaték:

$$I_p = \int_{(A)} r^2 dA \qquad I_p > 0!$$

$$(I_p = I_x + I_y)$$

$I_x, I_y > 0$! Inerciányomaték csak zérus méretű (pont) km esetén lehet zérus.

A xy tengelykeresztre vonatkozó deviációs terelőnyomaték:

$$D_{xy} = \int_{(A)} xy\, dA$$

{ ezeknek kell a deviáció

× egy síkidom másodrendű nyomatéka mindig előállítható a részidomok másodrendű nyomatékainak összegéből

× merőlegesen szimm. síkidomoknál a terelőnyomaték minden olyan tengelykeresztre, melynek egyik tengelye a szimm. tengellyel összeesik, zérus! (ugyanis ellentétesen az egymással szimm. felületelemek terelőnyomatékai azonos nagyok, de ellentétes előjelűek, így összegük 0)

- A ny. hajlítás esetén keletkező σ kiszámításához használjuk, ugyanis a km sp-i inerciájától függ, hogy mennyire hajlítható a test.

szimm. km. $\left(\sigma_{max} = \frac{M_x}{I_x} y_{max}\right)$, ált. km. $\sigma_z = \frac{M_x I_y - M_y D_{xy}}{I_x I_y - D^2_{xy}} y + \frac{M_y I_x - M_x D_{xy}}{I_x I_y - D^2_{xy}} x$

- A poláris inerciányomaték a csavarásnál fellépő nyírófeszültség meghatározásához szükséges. $\left(\tau = \frac{M_{cs}}{I_p} \cdot r\right)$

- (Külpontos) húzás, nyomás ált. képlete (hajlításból)

$$\left(\sigma = \left(\frac{F}{A}\right) + F e_x \frac{-D_{xy} \cdot x + I_y \cdot y}{I_x I_y - D^2_{xy}} + F e_y \frac{I_x \cdot x - D_{xy} \cdot y}{I_x I_y - D^2_{xy}}\right)$$

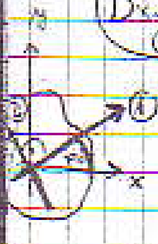
- ferde hajlítás!

$$\left(\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot x + \frac{M_x}{I_x} \cdot y\right)$$

16. Mit nevezünk egy km főirányainak? Milyen adatokból számíthatóak? Mi a jelentőségük? Mutasson néhány példát!

Az inercia felírható egy α szög $I(\alpha)$ függvényeként. Az $I(\alpha)$ fv. a főirányokban veszi fel a szélsőértékeit. Itt a terelőnyomaték zérus.

$D_{xy}=0 \Rightarrow \operatorname{tg} 2\varphi_0 = -\dfrac{2D_{xy}}{I_x - I_y}$



① A hozzájuk tartozó inerciák pedig főinerciák.

(φ_0: a nagyobbik inerciához tartozó tengely és az 1. főtengely közötti szöget jelöli)

Vagy 2 főirány van vagy végtelen.

(szimm. tengellyel egybeeső koordinátarendszerben $D_{xy}=0$. Ez egyben főtengely-koordinátarendszer)

Ha a km-nek van 2 olyan szimm. tengelye, melyek egymásra nem merőlegesek (akkor ebből a főirány létezése következne) akkor minden irány főirány. pl. minden szab. poligon

!!! pl. a négyzet inerciarnyomatéka minden tengelyre azonos

↓

az általunk használt modell

(B-N h., Hooke-tv.) nem tud különbséget tenni a szab. sokszögek és a kör között

Jelentősége: Ferde hajlításnál σ ált. képlete főirányban, ahol ($D_{xy}=0$) lényegesen leegyszerűsödik.

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y}\cdot x + \frac{M_x}{I_x}\cdot y$$ (két egyenes hajl. egymásra halmozása)

17) Milyen feltételi egyenletekből kiindulva határoztuk meg a hajlításból származó σ feszültségeket? Ismertesse a képletet!

stat. nyom. = 0

1/a $\int_A \sigma \, dA = E \int \varepsilon \, dA = E a \int y \, dA + E b \int dA = 0$ $\quad b = 0$

$A > 0$

1/b $\int_A \sigma y \, dA = E a \int y^2 \, dA + E b \underbrace{\int y \, dA}_{0} = M_x \Rightarrow a = \frac{M_x}{E \int y^2 \, dA} = \frac{M_x}{E I_x}$

$\int y^2 \, dA = I_x$

2 $\varepsilon = \frac{y M_x}{E I_x} \rightarrow$ 3 $\rightarrow \sigma = \frac{M_x}{I_x} y$

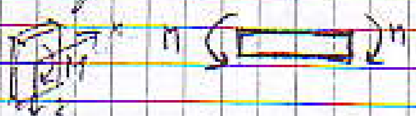
1. Egyensúly $\quad$ a) $\int_{-h/2}^{h/2} \sigma \, dy = 0 \quad (\Sigma F = 0)$

b) $\int \sigma y \, dy = M \quad (\Sigma M = 0)$

2. Geometria $\quad \varepsilon = a y + b \quad$ (← egyenes hajlítás, vagyis a hajlítás síkja ⊥ a s.t.-re)

3. Anyag $\quad \sigma = E \cdot \varepsilon$

18. Mi a különbség az egyenes és a ferde hajlítás között? Mutasson példát mindkét esetre!



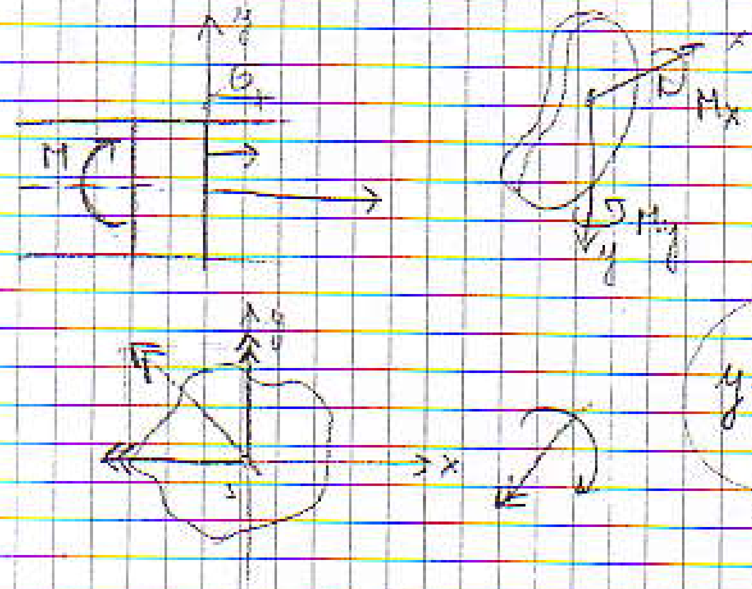
Az egyenes hajlítás a hajlítások speciális esete, amikor a rúdtengelyre ellenkező hajlítónyomaték síkja rajta van a km egyik (sp-i tehetetlenségi) főtengelyén. Ekkor a semleges tengely egyenlete: $y = 0$ ⇒ x tengely a s.t. és ez ⊥ a nyomaték síkjára

ferde hajlításnál: a seml. t. nem ⊥ a hajlítás síkjára (a hajl. síkja nem fősík) hanem azzal valamilyen szöget zár be

A ferde hajlítást tulajdonképpen a két főtengely körüli egyenes hajlítás összegének tekinthetjük.

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x \qquad M_x = \cos\alpha M,\quad M_y = \sin\alpha M$$

Semleges tengely, képletek, ábrák! példák



seml. tengely nem ⊥ a h.s.-ra

$$y = \frac{I_x M_y}{I_y M_x} \cdot x$$