19. Milyen módon számolhatók a feszültségek ferde hajlítás esetén?

rugalmas

általános esetben:

$$\boxed{\sigma = \pm \frac{-M_x D_{xy} + M_y I_x}{I_x I_y - D^2_{xy}} \cdot x + \frac{M_x \cdot I_y - M_y D_{xy}}{I_x I_y - D^2_{xy}} \cdot y}$$

Az egyik tengely ill. a nyomaték síkjára: (az egyik tag zérus lesz)

$$\sigma = M_x \frac{-D_{xy} \cdot x \cdot I_y \cdot y}{I_x I_y - D^2_{xy}}$$

ha a koordináta-tengelyek a km tehetetlenségi főtengelyei:

$(D_{xy} = 0)$

$$\boxed{\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x}$$

ha a km-nek van legalább egy szimm. tengelye és erről tudjuk, hogy főtengely is

Ezszerint általános ferde hajlítás esetén két út követhető:

a.) Ha a km. szimm., akkor a főirányok ismertek. Célszerű az $\underline{M}$ vektort ebben a koordináta-rendszerben felbontani és a feszültségeket 2 egyenes hajlítás egymásra halmozásával számolni.

b.) Ha a km. nem szimm., és a főirányok más forrásból sem ismertek, akkor célszerű az ált. képlettel számolni.

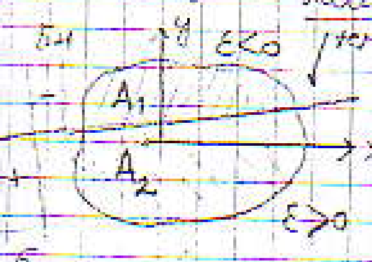
Semleges tengely egyenlete:

feszültségi sík és km. síkjának a hatása

$$y = -\frac{I_x M_y}{I_y M_x} x$$

$$\frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x = 0$$

Képlékeny



$$M_H = \frac{A}{2} \cdot \sigma_H \cdot z = H \cdot z = N \cdot z$$

$$M_H = |S_{ny}| + |S_h| \cdot \sigma_H \qquad z = y_h + y_{ny}$$

$$\frac{A}{2} z = S_{ny} \Rightarrow$$ annyi th. területfelező és annak stat. nyomatéka a súlyponti tengelyre

$|S_{ny}| = |S_h|$

és ez mindenkor

(20.) Mi a kapcsolat a km szimmetriatulajdonságai és a főirányok között?

Lsd. 16. tétel

1 teng → 2 fő

2 tengely, 90°-ban → 2 fő

többi tengelyre az NEM fő → [illegible]

[illegible]
[illegible]
[illegible] között

21. Milyen esetben számíthatjuk a τ feszültséget a $\tau = \frac{ST}{bI}$ képletből? Min alapszik a képlet? Ki vezette le?

ZSURAVSZKIJ vezette le először

τ → vízszintes metszeten fellépő csúsztatófeszültség [kN/cm²]

hajlítással egyidejű nyírásnál → keresztmetszetek nem maradnak síkok

↓

B-N hipotézis nem érvényes

$$\tau = \frac{S_x T}{b\, I_x}$$

S_x: a km vizsgált sík alatti részének statikai nyomatéka a semleges tengelyre

b: a vizsgált magasságban a km szélessége

T: a nyíróerő

I_x: a teljes km tehetetlenségi nyomatéka a sp-i x tengelyre

nyírófesz. dualitása

↓

egy rúd km-én keletkező nyírófeszültségeket is ezzel számolhatjuk

Üzeni Kasab! zöngy!

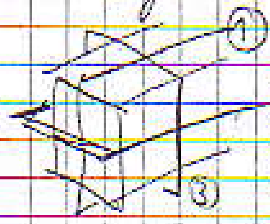
21. Gerendatartó mely metszetein ébredhetnek nyírófeszültségek? Mely metszeteken nem? Milyen igénybevétel-típusból származhat nyírófeszültség, és azt milyen képlettel határozzuk meg?

könyv

Ahol van τ

- gerendatartó támaszánál a száml. tengelyen (tiszta nyírás)
- közbenső metszetekben a száml. tengelyen / —||—
- a támasznál, és a közbenső metszeten mindenhol a szélső szálat kivéve

aszimmetrikus esetén



① nincs
② van
③ van

NINCS τ

- szélső szálak
- Szimm. tengely menti metszeten

SZÁRM.:

× HAJLÍTÁSSAL egyidejű nyírás (+ nyíróerő) $\tau = \frac{S_x \cdot T}{b \cdot I_x}$

tiszta nyírás: $\frac{T}{A} = \tau$

× csavarásból

kör km. → $\frac{M_{cs}}{I_p} \cdot r = \tau$

vékonyfalú km.

$$\tau = \frac{M_{cs}}{2 \cdot A_k \cdot v_{min}}$$ (BREDT-KÉPLET)

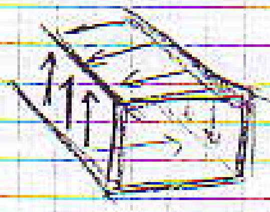
A_k: középvonal által bezárt terület
legkisebb falvastagság

(a km szélső szálaiban zérus a feszültség, kivéve a hajl. egyi. nyírás vékonyfalú szelvények esetében csavarásnál)

23. Mit mond ki a nyírófeszültségek dualitásának tétele? Miből vezettük le a tételt? Hol használtuk fel?

A tartóból kivágunk egy a tengellyel ‖ és arra ⊥ 2-2 síkkal egy elemi darabot

Függőleges metszeten ébredő τ feszültségek
[(függ.) nyírási törzsmenetet]



az elem 2 oldala feszültségmentes
a másik 4-en nyíró- és normálfesz. hatnak
normálerők nyomatéka zérus (t tengelyre)
→ csak a nyírófeszültségeket tüntetjük fel

egyensúly miatt: a t tengelyre felírt nyomatékösszeg zérus →

$$\rightarrow \boxed{\tau_{xy} = \tau_{yx}} \qquad \underbrace{\tau_{xy}\cdot dy}_{\text{erő}}\cdot \underbrace{dz}_{\text{kar}} = \underbrace{\tau_{yx}\cdot dx}_{\text{erő}}\cdot \underbrace{dy}_{\text{kar}}$$

nyírófeszültségek dualitása

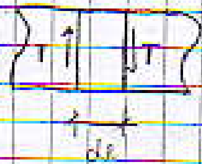
Egy tartó egymásra merőleges metszetein a két sík metszésvonalánál keletkező nyírófeszültségek metszésvonalra merőleges komponenseinek nagysága azonos, és vagy mindkettő a metszésvonal felé, vagy mindkettő attól elfelé mutat. Ez a jelenség a nyírófeszültségek dualitása vagy reciprocitása.

A dualitás tétele lehetővé teszi, hogy egy rúd em-én keletkező nyírófeszültségeket a keresztmetszeten fellépő nyíró- (csúsztató-) feszültségekre levezetett képlet alapján számoljuk: $\tau = \frac{S\cdot T}{b\cdot I}$

A dualitás t. alapján az is megállapítható, hogy a km kontúrja mellett csak a határvonallal (- görbe esetén érintővel) megegyező irányú nyírófeszültségek keletkezhetnek

(24.) Milyen terhelési esetben beszélünk tiszta nyírásról? Ekkor hogyan számítjuk a feszültségeket? Milyen szerkezeti elemeknél gyakori ez az igénybevétel-típus?

Tiszta nyírásról, mint igénybevételről akkor beszélünk, ha egy rúdból két metszősíkkal levágott elemi rúdrészt határoló km-eken a belső erők eredője a km-ek síkjába eső és a súlyponton átmenő erő".



$\tau = \frac{T}{A}$ $\quad \gamma = G \frac{T}{A}$ $\quad \tau = G \cdot \gamma$

↓ nyírási rugalmassági modulus

Kihasználva:

$T_{képl} = A \cdot R_{\tau} \tau_y$

nyírásra öss. folyási határ

Általában tartószerkezetek kapcsolataiknál, így pl. az acélszerkezeti elemeket összefogó szegecs-csavarkötéseknél, vagy a fagerendákat összekapcsoló betétes-csavaros kötéseknél.

(A gyakorlatban összehasonlító feszültségekkel dolgozunk. Itt a nyírófeszültségekről feltételezzük, hogy a km-en egyenletesen oszlanak meg (→ sík km-ek síkok maradnak). Ezeket az átlagos feszültségeket a kísérletileg megállapított és hasonló módon visszaszámított törési (folyási) feszültségekkel vetjük össze.)

SZEGECKÖTÉSEK

EGYNYÍRÁSÚ

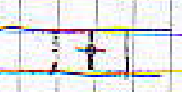
KÉTNYÍRÁSÚ

$F_H = n \cdot A \cdot \tau_H$ $\qquad F_H = 2 \cdot n \cdot A \cdot \tau_H$

PALÁSTNYOMÁS $\quad F_H = n \cdot d \cdot v \cdot \sigma_{PH}$ (egyező irányba kapott erők közül a kisebb)

n: kapcs. elemek száma
d: csavar / szegecs átmérője
v: lemez vastagsága
σ_{PH} = palástnyomási határfeszültség

LEMEZ EH. HÚZÁSRA



$F_H = A_{gy} \cdot \sigma_{AH}$

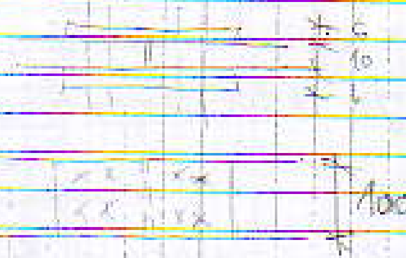
A_{gy}: gyengített km

	szegecs	csavar
tiszta nyírás	$\phi + 1$ mm	ϕ
palástnyomás	$\phi + 1$ mm	ϕ
élkihasításra	$\phi + 1$ mm	$\phi + 1$ mm

25.) Ismertesse, hogy szegecselt ill. csavarozott kapcsolatokat milyen elvek alapján ellenőrzünk. (Kapcsolóelemek és a tartó igénybevételeinek és feszültségeinek meghatározása a kapcsolatra ható erő rendszer eredője alapján.)

Szegecselt kötések számításakor meg kell vizsgálni nyírásra a szegecseket, palástnyomásra a szegecs és a lemez közül azt, amelyiknek kisebb a határfeszültsége, és húzásra a lemezt. A leggyengébb keresztmetszetben.
(Lsd. 24. tétel)
és a szélső...?

(Számításainknál azzal a közelítő feltevéssel élünk, hogy a kapcsolat teherbírása egyenlő a szögecsek teherbírásának összegével.)



$F = m \cdot n \cdot \frac{d^2\pi}{4} \cdot \tau_{megt}$

$F = n \cdot d \cdot \min\{\sigma_{pal}\} \min\{v\}$

$\sigma = \frac{N}{A_{nettó}}$

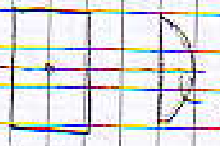
→ szegecsekkel → nyírásra
palástnyomásra
húzásra } min-mal

→ csavarral →
csak ell. húzásra kell + min

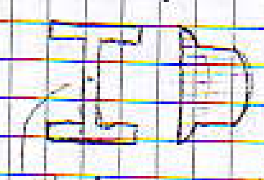
26. Mely km-típusokra igaz, hogy súlypontnál keletkezik a maximális τ feszültség (hajlításból származó nyírás esetén)?
(Indoklás, példa, ellenpélda)

amely km-ek a súlypontban a legkeskenyebbek

pl.



$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{A}$



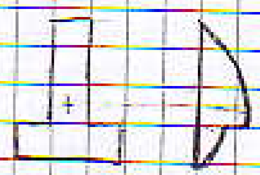
(ez szűkül?)

ide koncentrálódik a nyírás a gerincre

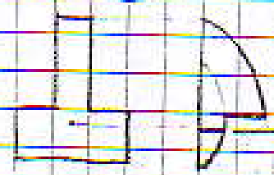
$\frac{T}{I}$ konstans a km.-ben

Ha b is konstans, akkor $\tau_{max} \to S_{x\,max} \to$ súlypont

Ellenpélda:

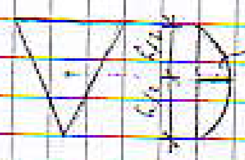


*



→ lokális maximum

*

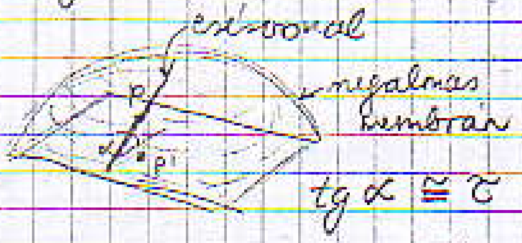


τ_{max} nem a sp.-ban van, mert b is másodfokú parabola szerint oszlik meg → félmagasság

súlypont legyen félmagasságban?

(29.) Ismertesse a hártya- és homokkupac analógiát! (Mi a céljuk? Mire használhatóak?)

Hártya analógia: csavaráskor ébredő feszültség meghatározására megadmas alapon (általános km.)



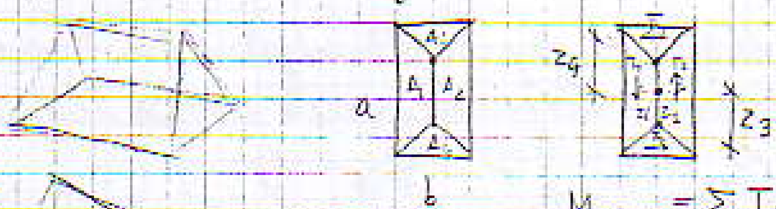
A P-beli esésvonal meredeksége ($tg\,\alpha$) arányos a P' pontban csavarás hatására ébredő feszültséggel.

Célja: szemléltetés $\xrightarrow{pl.}$ téglalap

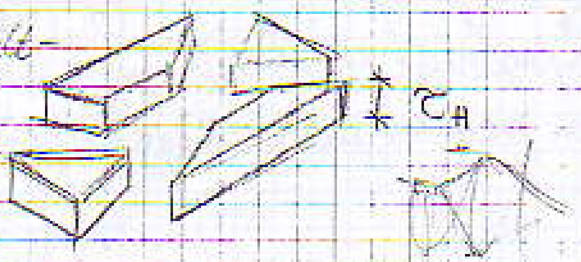
Homokkupac analógia: csavaráskor ébr. feszültségek meghat. képlékeny alapon (ált. km.)

$\tau = \tau_H$ felület meredeksége mindenhol ugyanyi (konstans)

„tetőidom"



feszült-ségi test

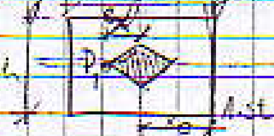


$M_{csk} = \sum T_i z_i$

$T_i = A_i \cdot \tau_H$

(30.) Mi a magidom? Hogyan lehet meghatározni? Lehet-e a magidom (részben, végtelen) a km-en kívül? A magidom ismerete milyen esetben (igénybevétel, anyagmodell) és milyen segítséget jelent a feszültségek meghatározásakor?

külp. húzás nyomás



A magidom határa azoknak a döféspontoknak a mértani helye, melyeken működő erő esetén a semleges tengely érinti a km konvex burkát. A magidom mindig konvex. (lehet részben v. egészben a km kívül, de mindig a km konvex burkán belül van!!! (pl. cső))

Akkor van jelentősége, ha az anyag nem rendelkezik húzószilárdsággal.

A magidom területen belül támadó nyomóerő esetén csak nyomófeszültségek ébrednek.

csak nyomószilárdsággal rendelkező anyagok (pl. beton, falazat)

a.) D a magidomban → teljes km dolgozik ($\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M_x}{J_x}y + \frac{M_y}{J_y}x$)

b.) D a km-en kívül → NINCS EREDMÉNY (nincs egyensúlyban)

c.) D a magidomon kívül de a km-en belül (csak a km egy része dolg.)

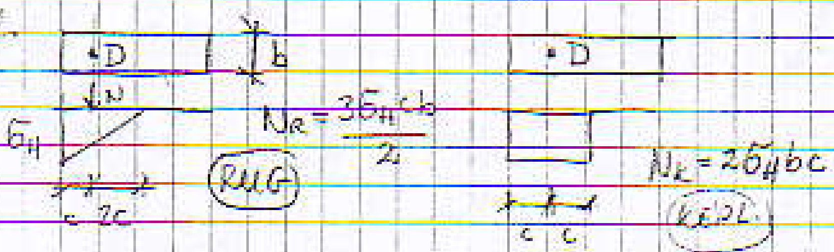
meghatározása: semleges tengelynek választjuk a km konvex burkának egy egyenesét, és ehhez meghatározzuk az erő döféspontját.

$-\frac{i_y^2}{e_x} = x_D = -\frac{J_y}{A e_x}$ $\quad y_D = -\frac{J_x}{A e_y} = -\frac{i_x^2}{e_y}$

az anyagegyenlet nemlineáris (lineáris szuperpozíció nem érv.)

Keressük a dolgozó km. részt azon feltétel mellett, hogy $\Sigma N = 0$, $\Sigma M = 0$

pl.



magidom dualitása: magidom határ egyenesének a konvex burok pontja, magidom-határ pontjának a konvex burok egyenese felel meg.

(ha a D egy egyenesen mozog, akkor a döfésponthoz tartozó semleges tengelyek egy pont körül forognak. Ez a pont az egyeneshez, mint semleges tengelyhez tartozó döféspont.)

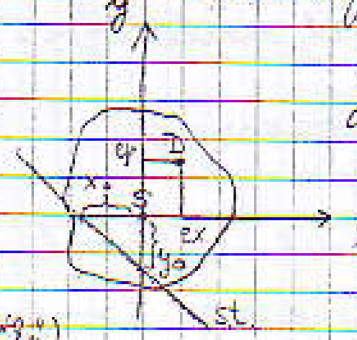
31. Mi az inerciasugár? Hogyan számítható? Mire használtuk? (Milyen mennyiségek között teremt kapcsolatot?)

$$i_x^2 = \left|\frac{I_x}{A}\right| \qquad i_y^2 = \left|\frac{I_{xy}}{A}\right|$$

[cm]

$i_x; i_y$: inerciasugarak (dimenziója hosszúság és értéke az inercianyomatéktól függ)

Az inerciasugár mértani középarányos a semleges tengely és a döféspont x-tengelytől mért távolsága között.



döféspont és a (x_0, y_0) semleges tengely közti kapcsolat

Külpontos húzás esetén a súlypontban nem zérus a feszültség (hanem F/A értékű) így a semleges tengely nem megy át Sp-on. A semleges tengely egyenletét megkapjuk, ha a feszültségek képletébe $\sigma = 0$-t helyettesítünk.

általános helyzetű döféspont esetén

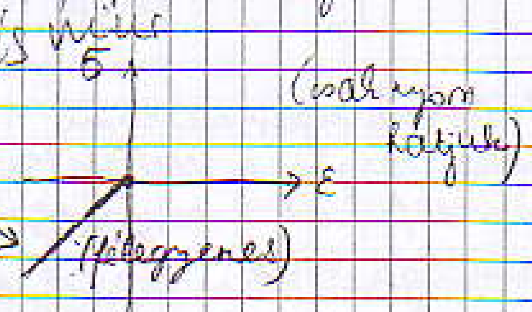
$$\begin{cases} y_0 = -\dfrac{i_x^2}{e_y} = -\dfrac{I_x}{A e_y} \\ x_0 = -\dfrac{i_y^2}{e_x} = -\dfrac{I_y}{A e_x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_0 = -\frac{i_x^2}{e_y}$$

$$i = \frac{I}{A}$$

32.) Miért nem érvényes a lineáris szuperpozíció elve húzószilárdsággal nem rendelkező km-eknél? Hogyan számítjuk ekkor a feszültségeket?

Ennek akkor van jelentősége, ha a döféspont a magidomon kívülre esik (de a km-en belülre), ÉS nincs



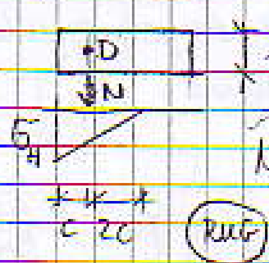
Anyagegyenlet nemlineáris

↓

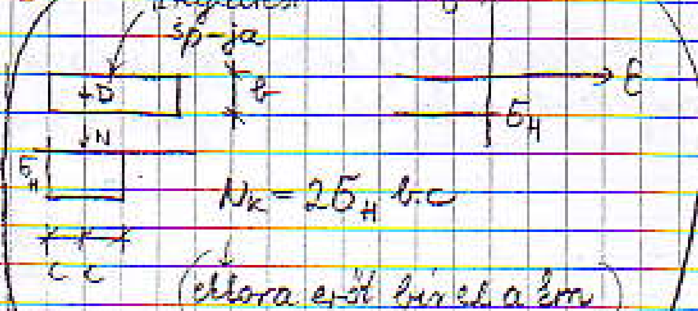
NINCS SZUPERPOZÍCIÓ

↓

Ekkor keressük a dolgozó km. részt azon feltétel mellett, hogy $\Sigma N = 0$, $\Sigma M = 0$



$N_k = 3\sigma_H \frac{cb}{2}$



$N_k = 2\sigma_H bc$

↓

(ekkora erőt bír el a km)

N erő a feszültségi test sp.-ban hat

N erő felett nyomófesz., alul húzófesz.: elbírd → reped

p: D – határvonal

$p = \frac{I_{ny}}{S_{ny}}$ → nyomott ker. inerciája

S_{ny} → stat. nyom. a semleges tengelyre

implicit

?

Ezt: másképp:

Egyensúly csak akkor lehetséges, ha:

* a feszültségi éltest sp-ja a nyomóerő hatásvonalára essen
* a feszültségi éltest térfogata egyenlő a nyomóerővel

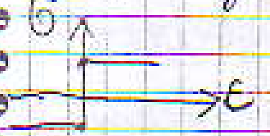
ált.:

$\sigma_{max} = -\frac{N}{S_{ny}} \cdot y_{max}$

(33.) Miért nem érvényes a lineáris szuperpozíció elve képlékeny anyagú em-eknél? Hogyan számítjuk ekkor a feszültségeket?

mert nem érvényesek a lin. szuperpozícióhoz szükséges axiómák képlékeny anyagnál ($\sigma = E\varepsilon$ és $\varepsilon = ax + by + c$)
Hooke-tv. B-N-hip.

~ Külpontos húzás ill. nyomás (amikor van különszilárdság)
erő vagy külpontosság összekapcsolással számolunk.
(semleges tengely nem középfelező)



erő összek.: adott külpontosság esetén mekkora a határerő?
külp. összek.: adott erőhöz mekkora határ-külpontosság tartozik?

Ha nincs különszilárdság

~ törési határállapot: a em nyomott részén a feszültségeloszlás egyenletes és így az egyensúly feltétele, hogy a nyomott felület sp-ja összeessen a döféspontttal $\to F_H = A_{ny} \cdot \sigma_H$

a em azon részének kület, amelynek sp-ja egybeesik a D-tal.

$\boxed{N = 2cb\sigma_H}$

Ha van különszilárdság

~ egyenes hajlítás $\to M_{hat} \cdot M_h^{\downarrow} = 2 \cdot S_0 \cdot \sigma_{hat}$

terület felének stat. nyomatéka sp. tengelyre

$(m_g \quad N = \frac{3c \cdot b \cdot \sigma_{hat}}{2}$

34. Mi a teherbírási tartomány? Mutasson rá példát! Hogyan határozzuk?

A teherbírási tartomány határa olyan pontok mértani helye, melyhez rendelt igénybevétel-kombináció éppen teherbírási határállapotot okoz a km-ben.

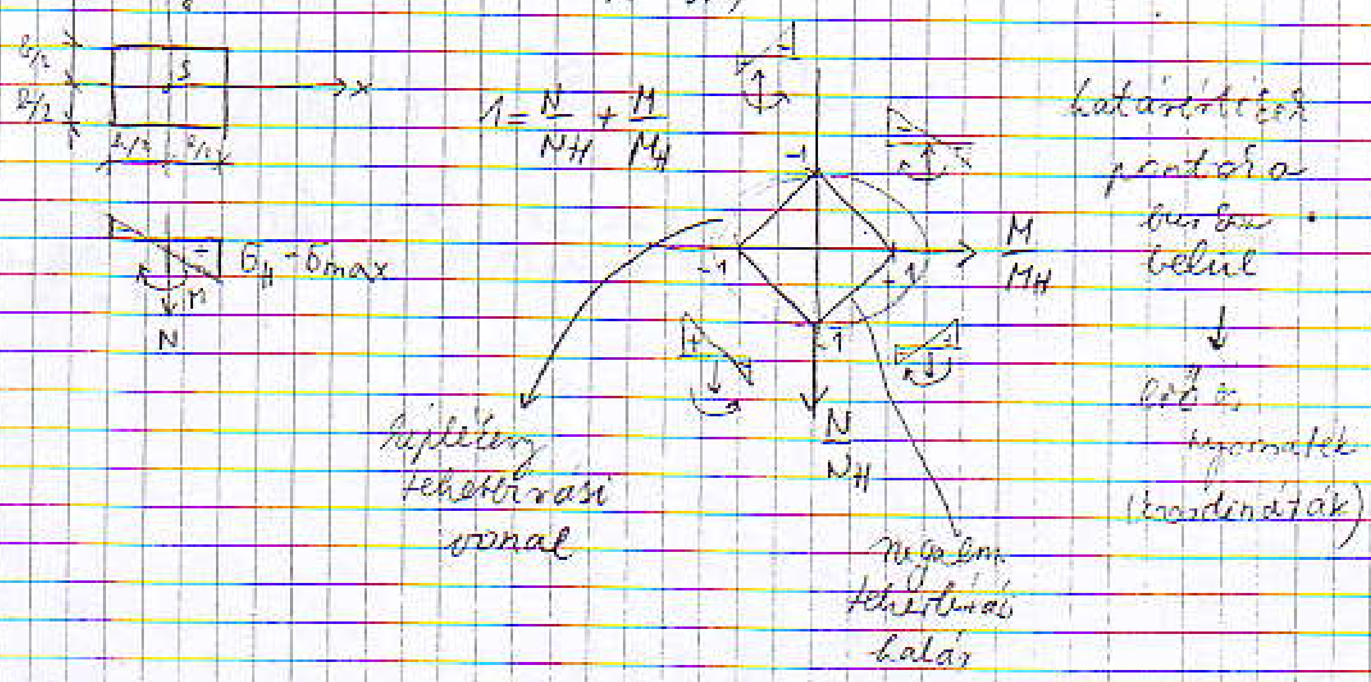
függ. teherhordó szerkezetek (külpontos nyomás)
minden km-hez rendelünk egy sík-(tér-) részt azzal definiálva, hogy annak minden pontja egy-egy igénybevétel-kombinációt (-jelen esetben egy derékerőt és egy nyomatékot-) jellemez.
Ez a sík-(tér) rész a teherbírási tartomány.

(A felületen kívüli pontok fizikailag nem reálisak, mert az ezekhez tartozó igénybevétel-kombinációt a km nem bírja el.)

Pl. derékszögű négyszög km; 4 tengely körüli forg. nyom. + egy derékerő rugalmas állapot

Km-en ébr. legnagyobb feszültség = határfeszültség

$$\left(\sigma_{max} = \sigma_H = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}\right)$$



35. Mi a képlékeny tartalék? Mutassa meg hogy függ a km alakjától és az igénybevétel típusától! Mutasson példát viszonylag nagy illetve viszonylag kis képlékeny tartalékra.

$$\left(\frac{M_{HK}}{M_{HR}} - 1\right)\cdot 100$$ ← lokális képlékeny tartalék

50%

meghaladhatja az 50%-ot

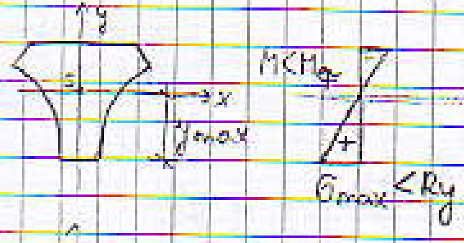
17%

$\left.\begin{array}{l}\text{közp. húz} \\ \text{tiszta}\end{array}\right\} c = 0$

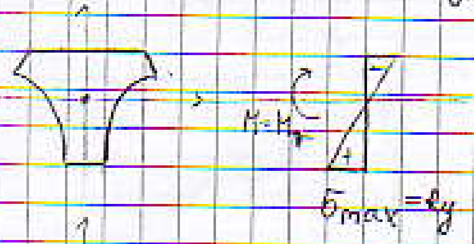
$\left.\begin{array}{l}\text{hajl} \\ \text{csavarás}\end{array}\right\} c \neq 0$

36. Mit nevezünk rúdban plastifikálódott Km-nek? Ilyen esetben milyen algoritmussal számítjuk a feszültségeket kétszer szimmetrikus km-ekben?

pl. rúd anyag ideálisan rugalmas-képlékeny; tiszta hajlításra

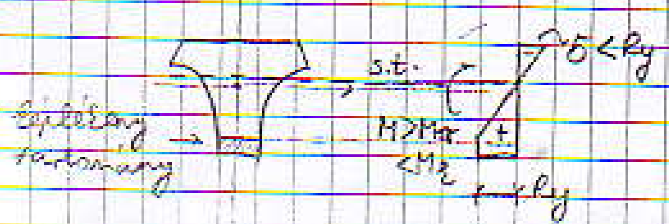


rugalm. sz-ból legtávolabbi pontjában a feszültség éppen eléri a folyási határt

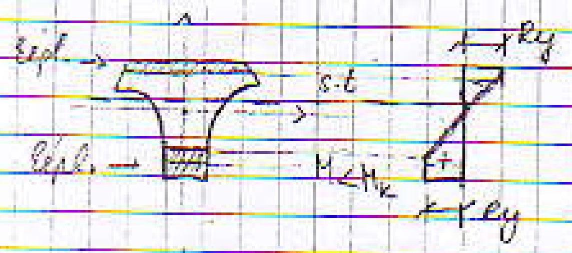


Rugalmas nyomatéki teherbírás

$$M_H = \frac{I_x}{y_{max}} \cdot R_y$$



Km szélső szélső szálai megfolynak



Plasztifikálódtak, képlékeny állapotba kerültek (itt a feszültség állandó, eléri a folyási határt)

egész Km képlékeny törőnyomaték (M_H)