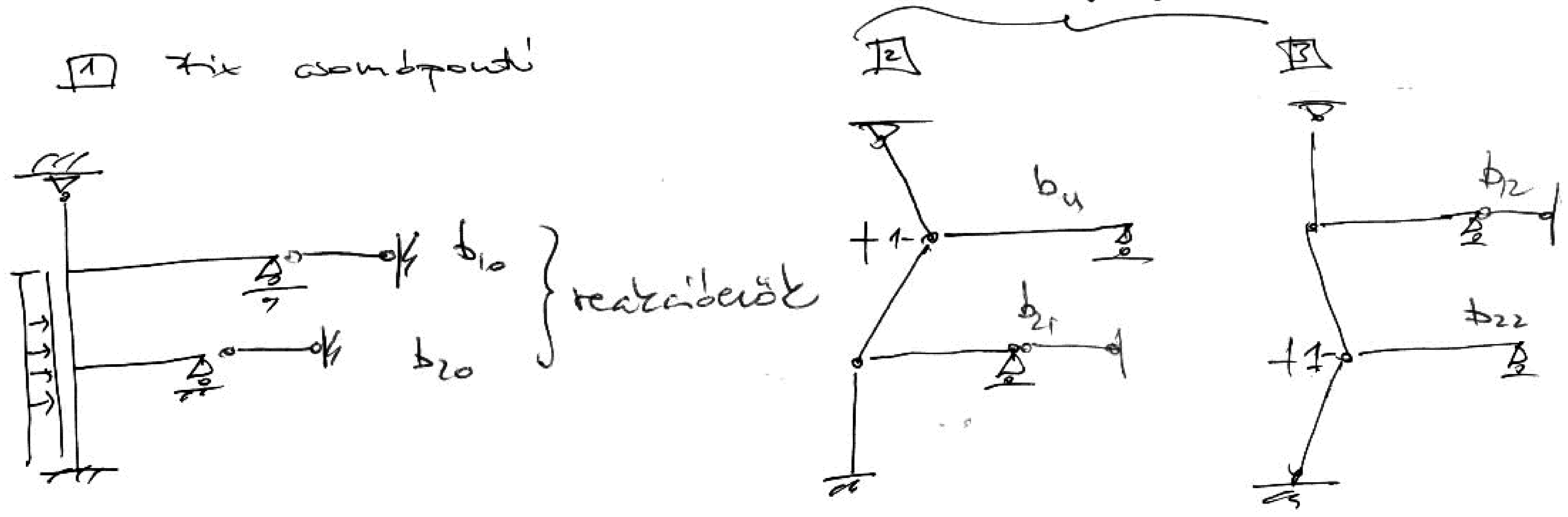
Eltolható csomópontú keretek

egységnyi eltolással



tényleges eltolódás:

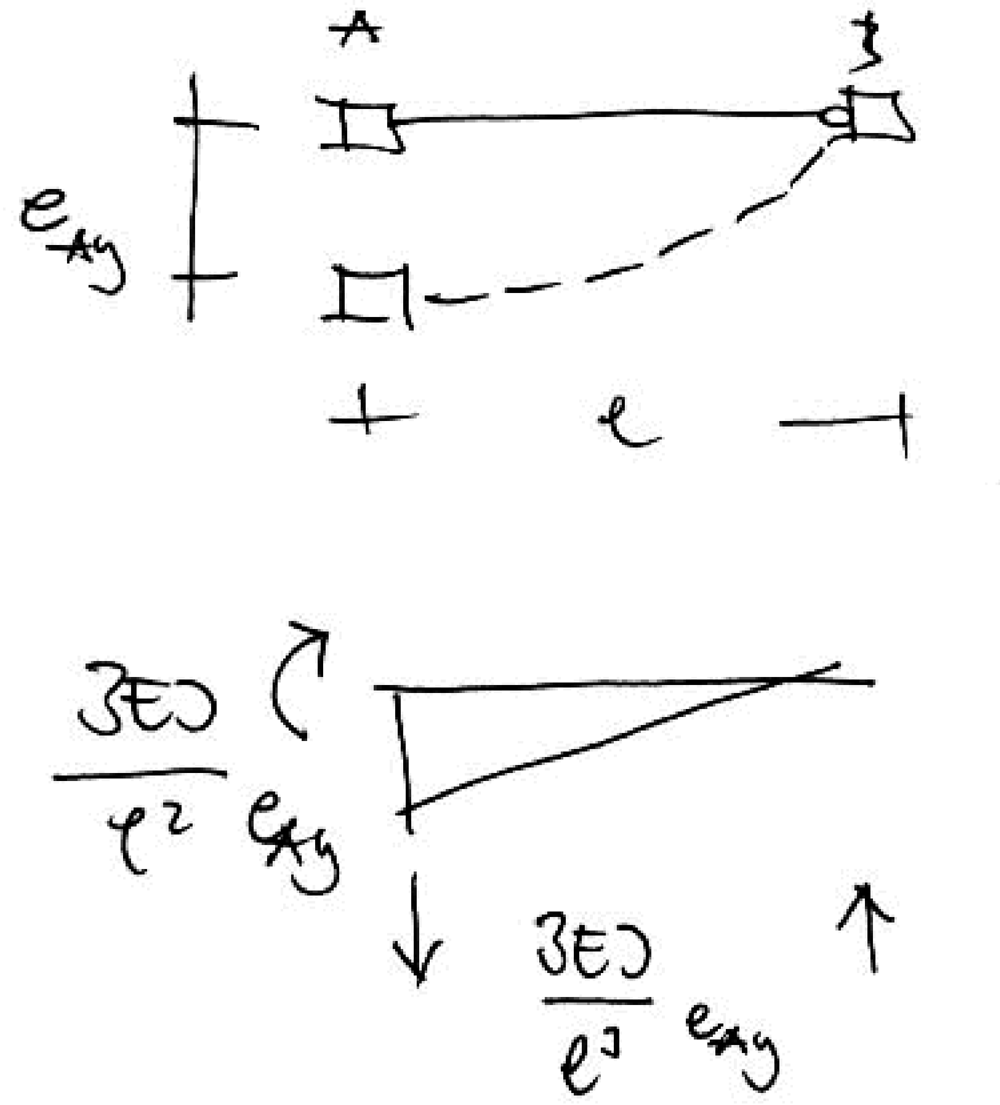
$$b_{11} Y_1 + b_{12} Y_2 + b_{10} = 0$$

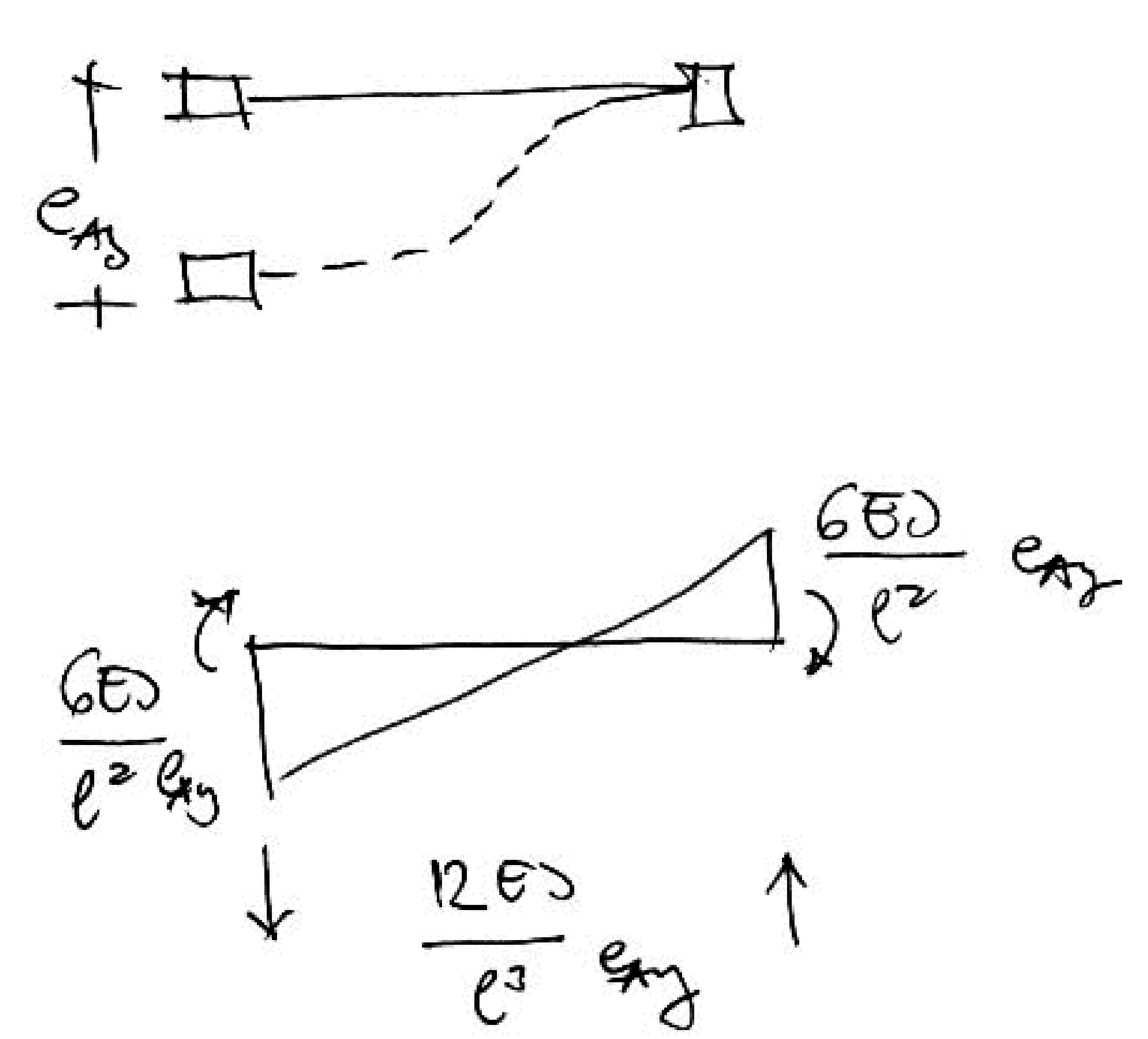
$$b_{21} Y_1 + b_{22} Y_2 + b_{20} = 0$$

$$M = M^{fix} + \sum M_i Y_i \qquad \text{ell. } \sum b_i = 0$$

A teher és a kilendítések együttes hatására nem keletkezik kényszererő a kilengések irányában

Nyomatékok eltolódásból:





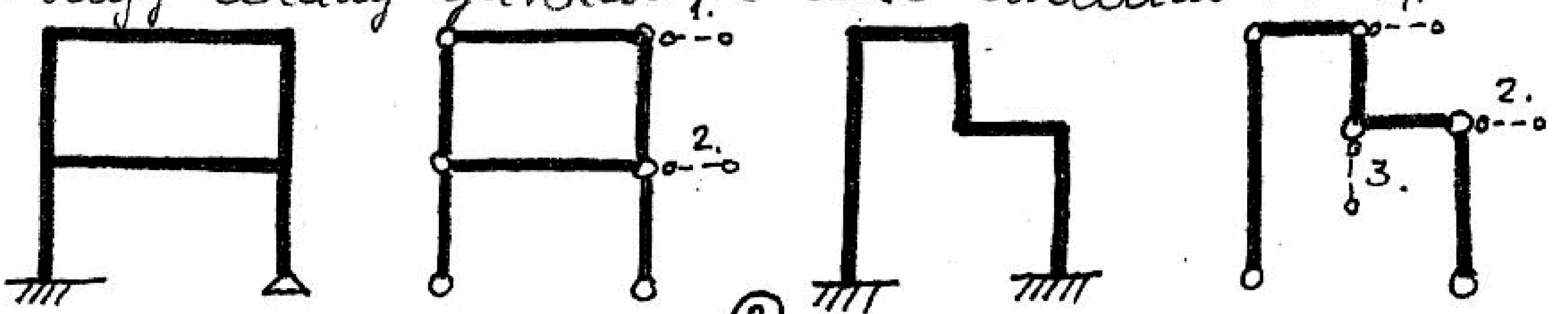
N. II. évfolyam | T. 9. gyakorlat | 2004. IV. 21.

Eltolódó csomópontú szerkezetek: ellendülő keretek

A megoldás menete:

1.) az ellendülés fokszámának megállapítása: a sarokmerev csomópontok (külső-belső) helyére csuklót teszünk, majd a rácsostartó rúdszabályát, $\Sigma r = 2c$ (ahol Σr a külső+belső rudak összege), felírjuk. A szerkezet fix, ha a rúdszerkezet határozott, vagy stat. hat. lan $\Sigma r \geq 2c$, és annyiszorosan kilendülő, ahány a túlhatározottság foka: $n = 2c - \Sigma r$. (Figyelem: ez csak szükséges feltétel - vagy ahány gátolatlan belső eltolódás van!)

Pl:

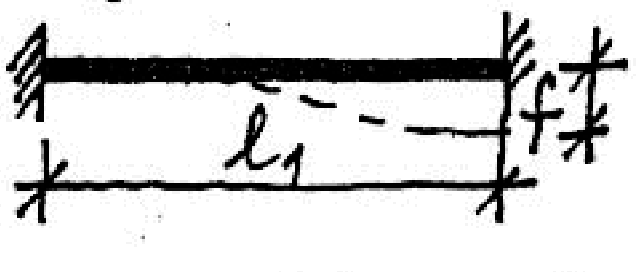


1.) $2c = 2\cdot 6 = 12$, $\Sigma r = 6+4 = 10$, $n = 2$;

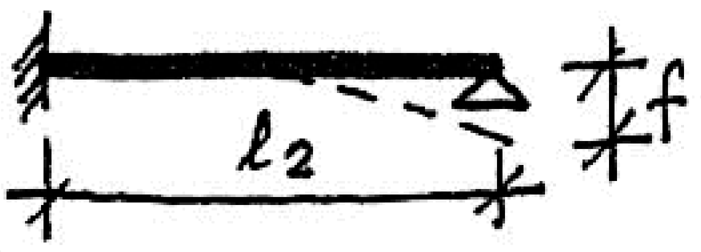
2.) $2c = 2\cdot 6 = 12$, $\Sigma r = 5+4 = 9$, $n = 3$

2.) a keretet megtámasztottnak képzeljük, meghatározzuk M_{fix} ábrát és T_{i0} támaszerő(ke)t.

3.) eltávolítjuk a képzelt támasz(ok)at, T_{i0}-lal ellentétes irányú f_j ellendítés hatására keletkező M_j ábrát meghatározzuk. Új fogalom: eltolási merevség.



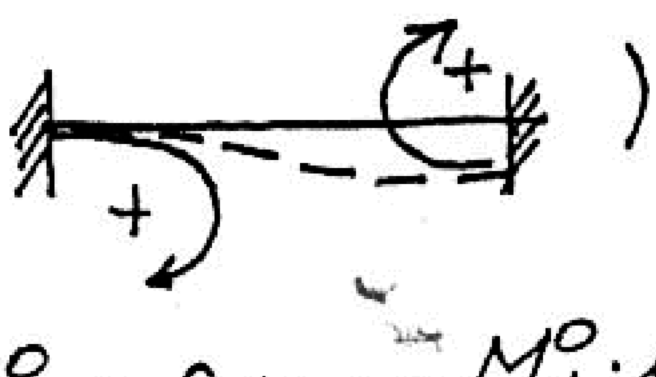
$\mu_1 = \dfrac{6\cdot E\cdot I_1}{l_1^2}$,



$\mu_2 = \dfrac{3\cdot E\cdot I_2}{l_2^2}$

kezdeti befogási nyomaték:

$M_i^0 = f\cdot \mu_i$ (előjele:



)

arányosan felvehető:

ha $M_1^0 = 1{,}0$, akkor $M_i^0 = f\cdot\mu_i = \dfrac{M_1^0\cdot\mu_i}{\mu_1}$, $\left(\dfrac{\mu_i}{\mu_1}\right)$

ahol $f = \dfrac{M_1^0}{\mu_1}$.

Meghatározzuk T_{ij} támaszerőket, ahol i - a kilendítés iránya (síkja), j - a kilendítő erőhatás(ok)

N. II. évf. | T. 9. gyak.:

4.) meghatározzuk c_j szorzótényezőket
$T_{i0} + T_{ij} \cdot c_j = 0$ egyenletből (kilendítési irányonként -síkonként- felírva)

① pl: 1. síkban: $T_{10} + T_{11} \cdot c_1 + T_{12} \cdot c_2 = 0$,
2. síkban: $T_{20} + T_{21} \cdot c_1 + T_{22} \cdot c_2 = 0$.

A kapott c_j tényezővel megszorozzuk a kilendülési, M_j nyomatéki ábrát.

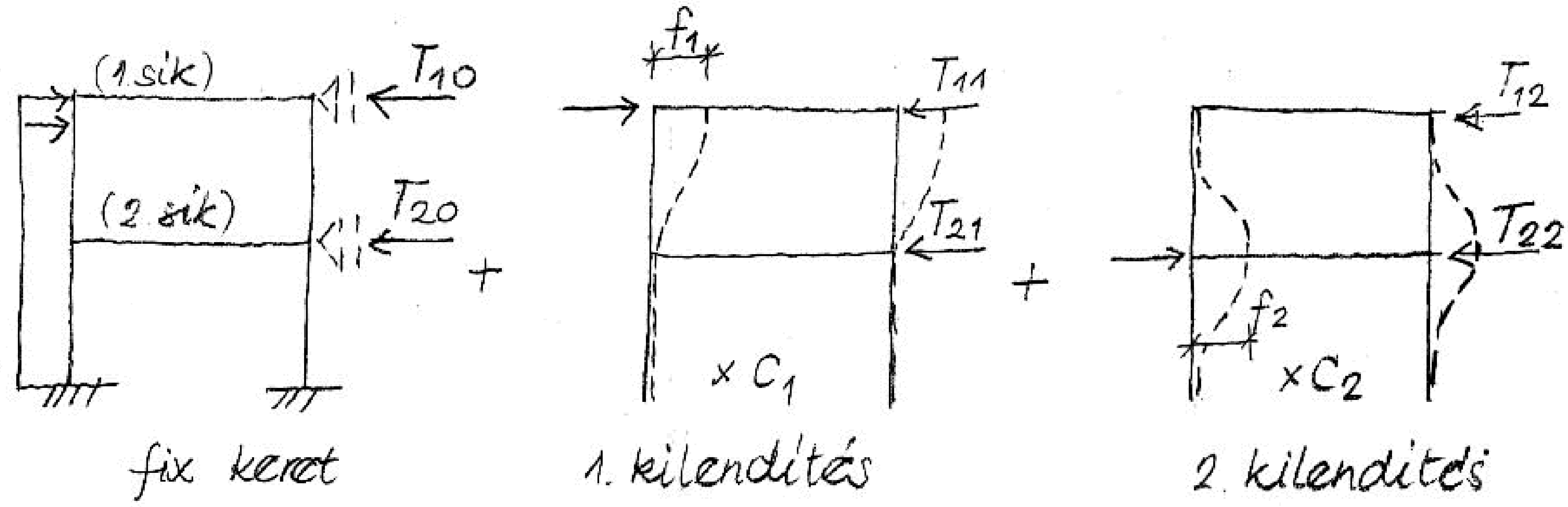
5.) a fix keret M_{fix} és a kilendülő $c_j \cdot M_j$ nyomatékait előjelhelyesen összegezzük.

$$M_{végl} = M_{fix} + \Sigma M_j \cdot c_j,$$

6.) ellenőrzés: $\Sigma T_i = 0$ egyenlettel.

7.) a tényleges eltolódás $f = c \cdot \frac{M_i^0}{\mu_i}$ egyenlet pontos értékeiből számítható.

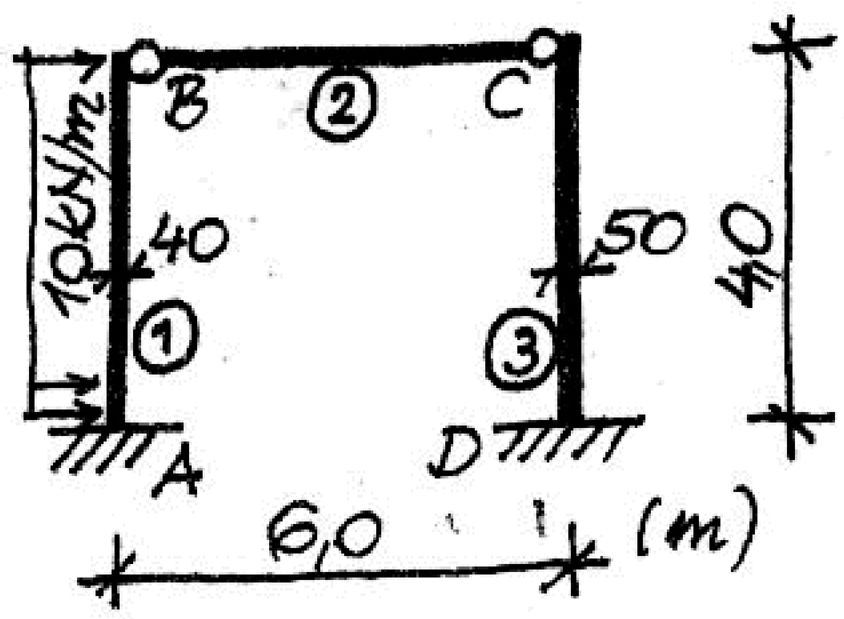
(1.) pl.



N. II. évfolyam | T. 9. gyakorlat | Példák

Eltolódó csomópontú szerkezetek

1.pl: Határozzuk meg a keret M ábráját!



1. rúd: 25 × 40 (cm)

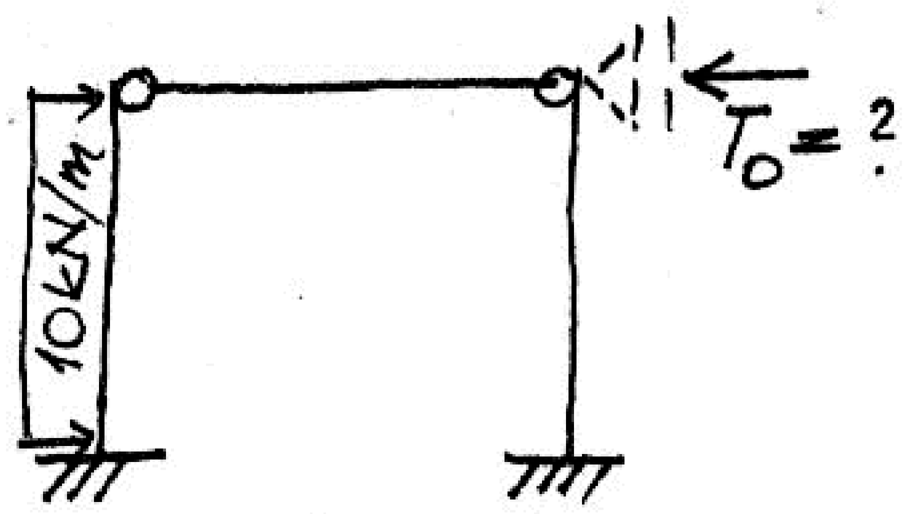
3. rúd: 25 × 50

$$I_1 = \frac{25\cdot 40^3}{12} = 133333\,cm^4$$

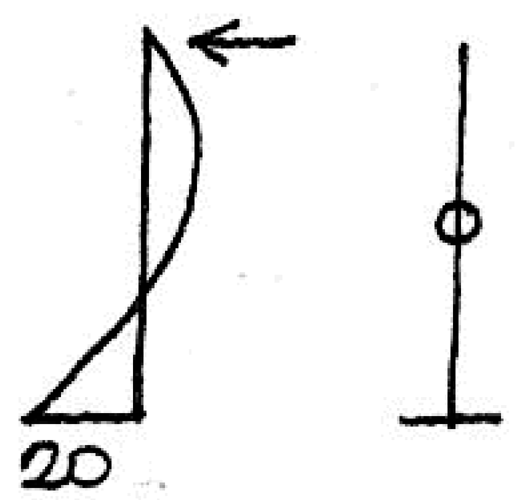
$$I_3 = \frac{25\cdot 50^3}{12} = 260417\,cm^4 = 1{,}953\, I_1$$

$$E\ (\text{áll.}) = 1000\,kN/cm^2$$

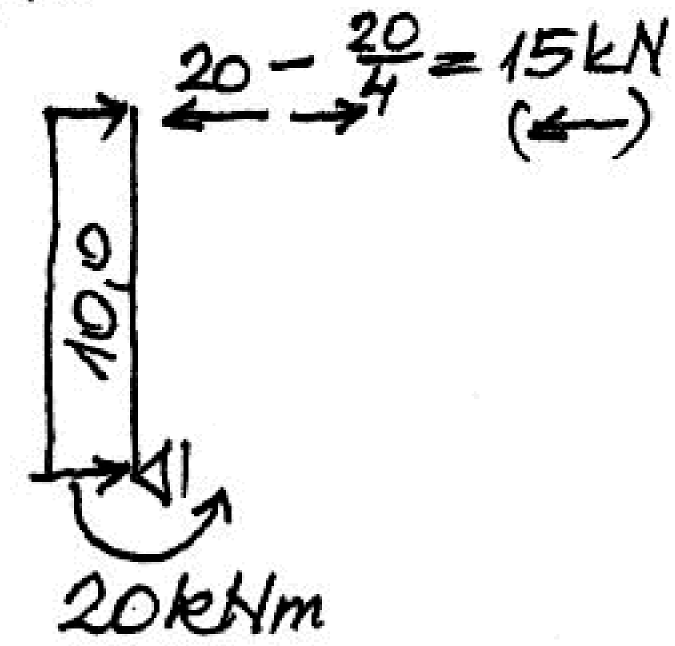
a.) fix keret:



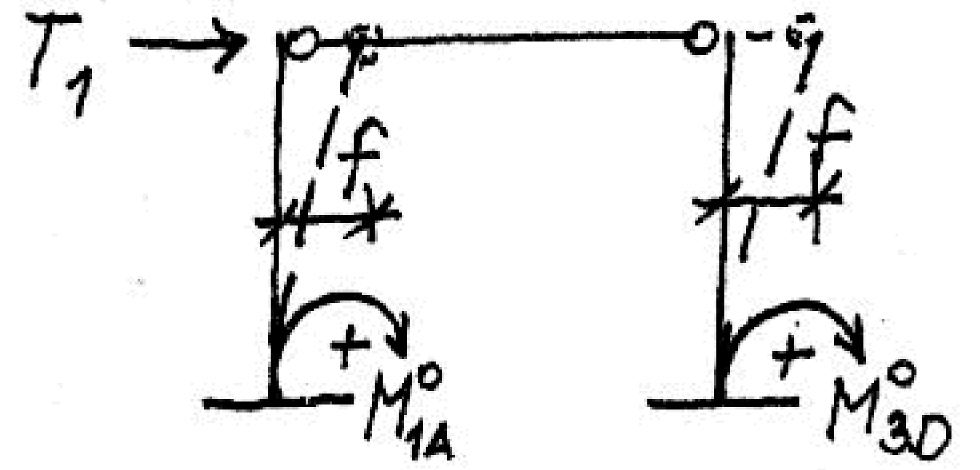
$$M^0_{1A} = \frac{1}{8}\cdot 10\cdot 4^2 = 20\,kNm\ (+)$$



T_0 erő:



b.) ellendítés:

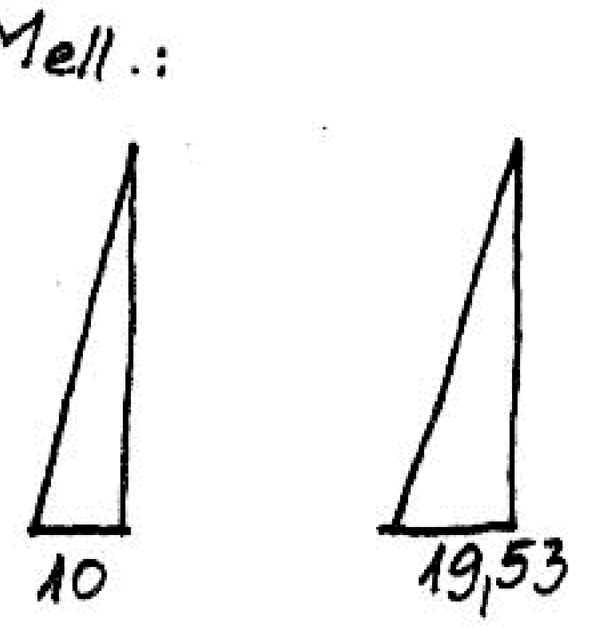


$$\mu_1 = \frac{3\cdot E\cdot I_1}{l_1^2} \cong \frac{3\cdot 1}{4^2} \rightarrow M^0_{1A} = +10\,kNm$$

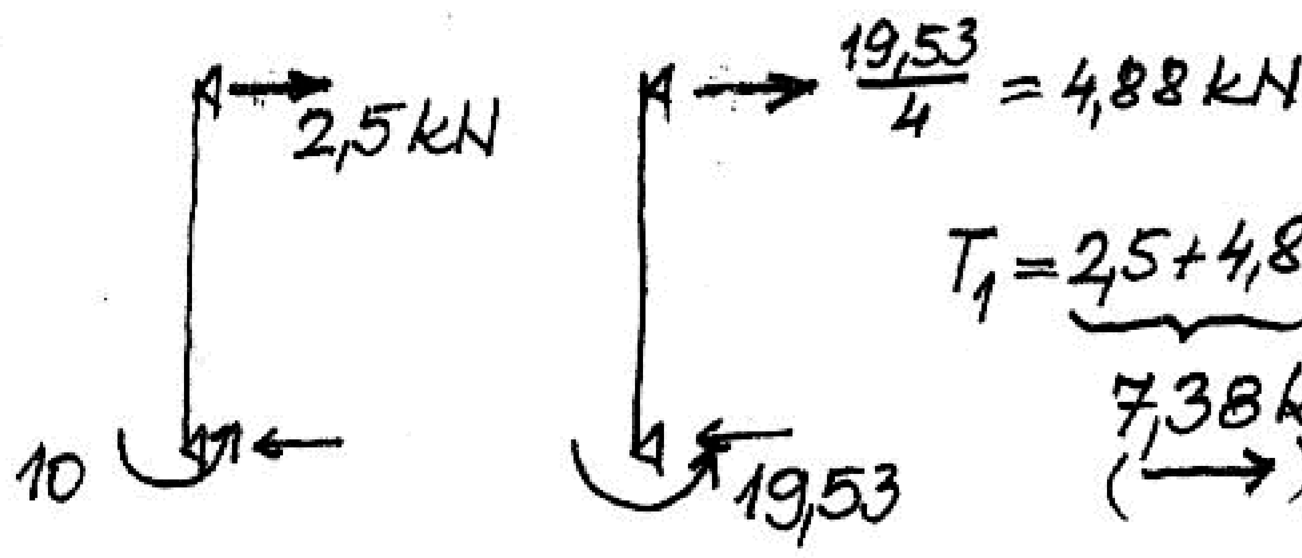
$$\mu_3 = \frac{3\cdot E\cdot I_3}{l_3^2} \cong \frac{3\cdot 1{,}953}{4^2} \rightarrow M^0_{3D} = \underbrace{1{,}953\cdot 10}_{+19{,}53\,kNm}$$

$$\left(f = \frac{M^0_1}{\mu_1},\ f = \frac{M^0_3}{\mu_3} = \frac{M^0_1}{\mu_1},\ M^0_3 = \frac{M^0_1}{\mu_1}\cdot\mu_3\right)$$

Mell.:



T_1 erő:



$$T_1 = \underbrace{2{,}5 + 4{,}88}_{7{,}38\,kN}$$

(⟶)

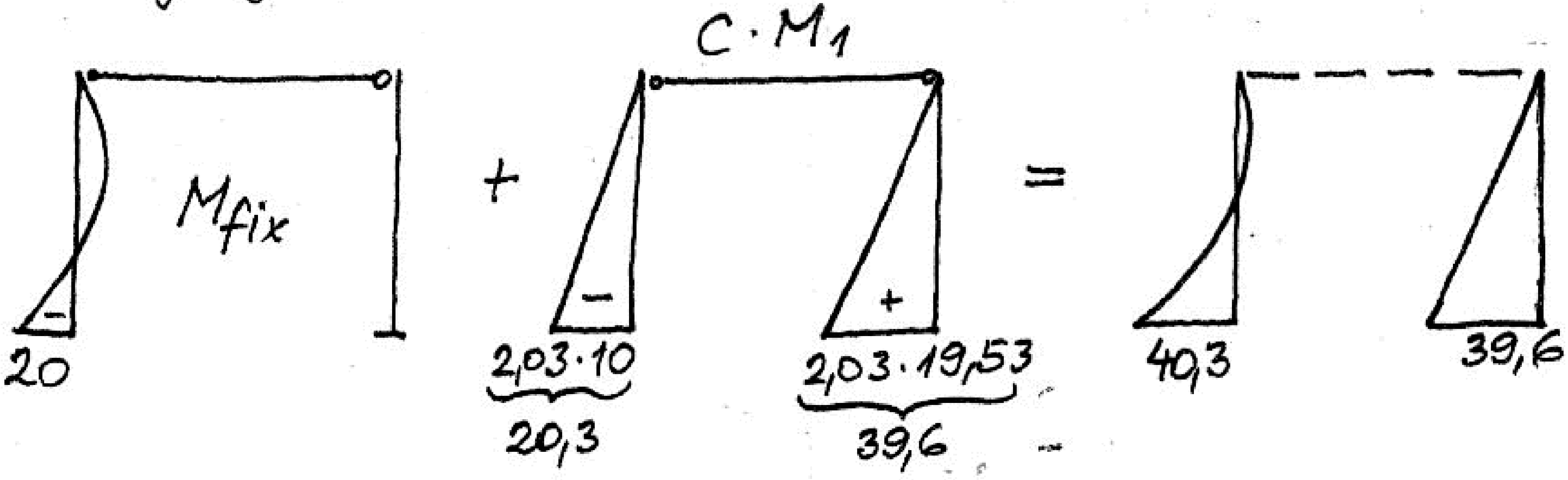
c.) egyensúlyi egyenlet

$$T_0 + c\cdot T_1 = 0$$

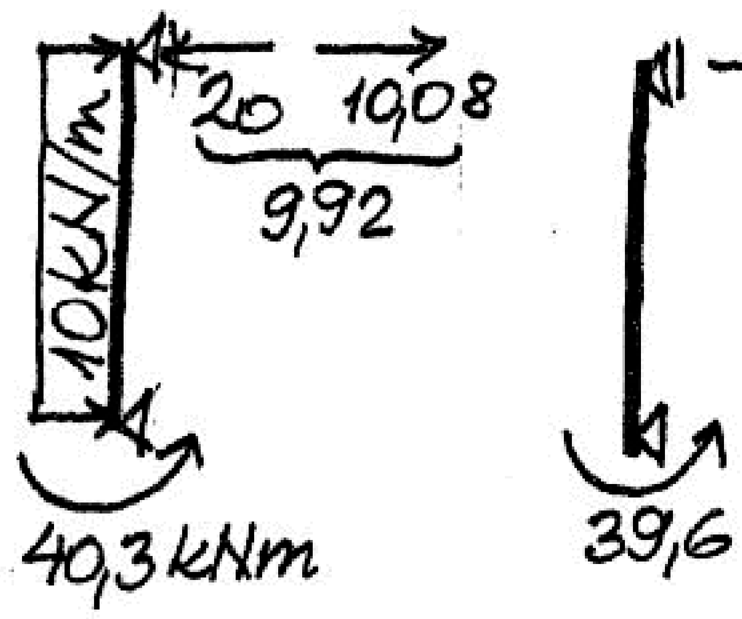
$$-15 + c\cdot 7{,}38 = 0 \qquad c = \frac{15{,}0}{7{,}38} = 2{,}03\ (+)$$

helyes volt a kilendítés iránya

d.) M végleges



e.) ellenőrzés :



$\frac{39{,}6}{4} = 9{,}9$

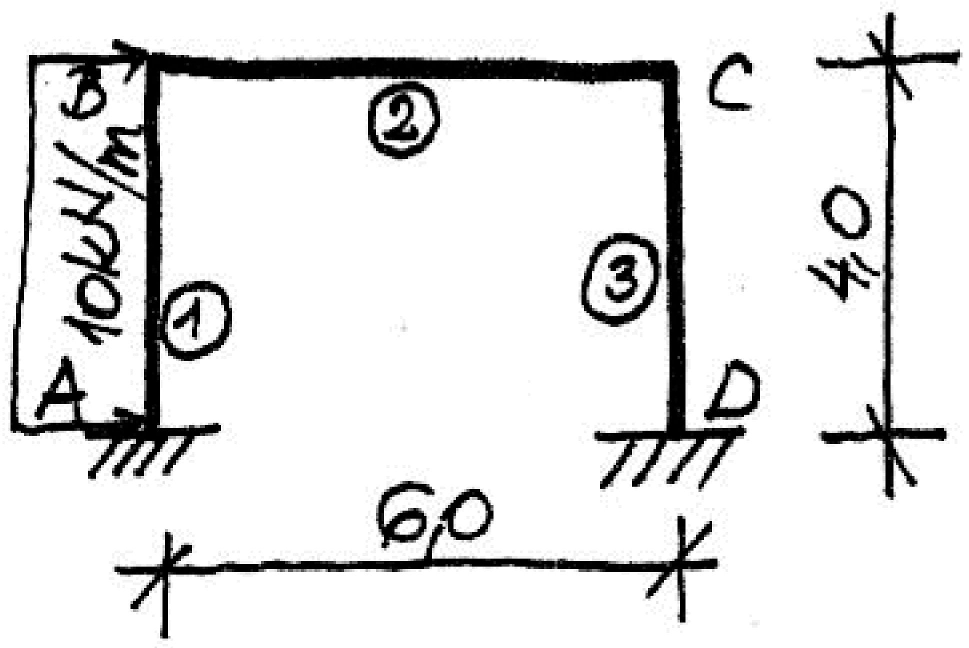
$9{,}92 - 9{,}9 \cong 0$ (HF!)

f) határozzuk meg a csomópont kilendülésének értékét!

$f = \frac{M_1^0}{\mu_1} \cdot c = \frac{1000}{2500} \cdot 2{,}03$ ahol $\mu_1 = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 133333}{400^2} = 2500$ (kN)

$f = 0{,}81$ cm

2.) pl.: Határozzuk meg M-t, ha B és C sarokmerev csomópont!



Jellemzők az 1. pl-ban!

$I_2 = I_1 = 1{,}0$ $I_3 = 1{,}953$

$k_1 = \frac{4 \cdot 1}{4} = 1{,}0$ $\alpha_{1B} = 0{,}6$

$k_2 = \frac{4 \cdot 1}{6} = \frac{2}{3}$ $\alpha_{2B} = 0{,}4$

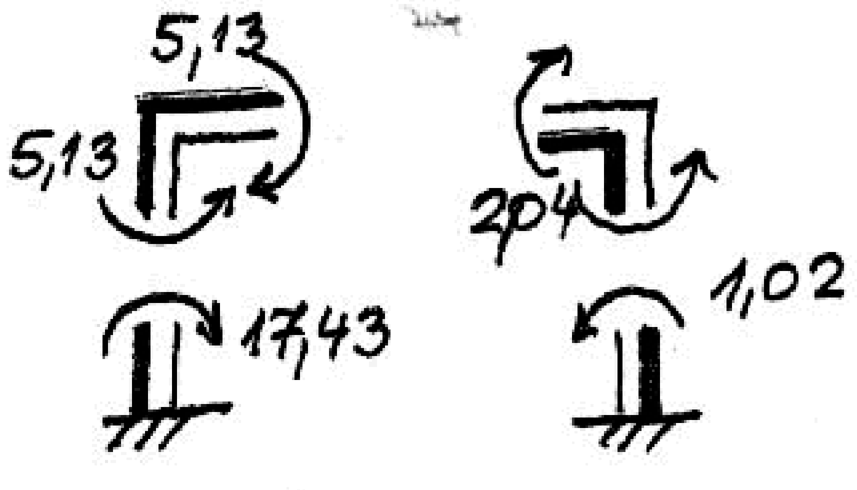
$k_3 = \frac{4 \cdot 1{,}953}{4} = 1{,}953$ $\alpha_{2C} = 0{,}255$

$\alpha_{3C} = 0{,}745$

a.) fix keret

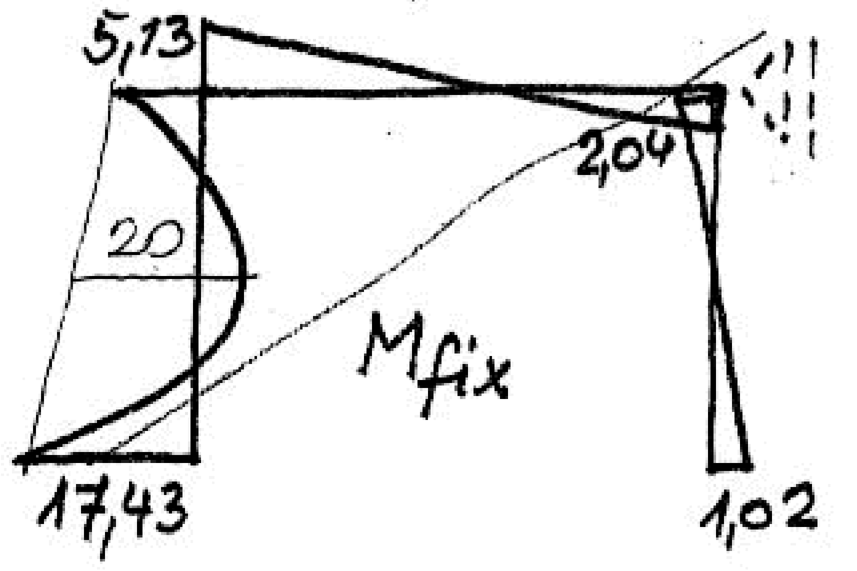
$M_{1A}^0 = \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 4^2 = +13{,}33$ kNm $= -M_{1B}^0$

A	0,6	0,4	0,255	0,745	D
	−13,33				
	+8,0	+5,33 →	+2,67	−1,99	
		−0,34 ←	−0,68		
	+0,20	+0,14 →	+0,07		
			−0,02	−0,05	
	−5,13	+5,13	+2,04	−2,04	
+13,33					−1,00
+4,0					−0,02
+0,1					−1,02
+17,43					

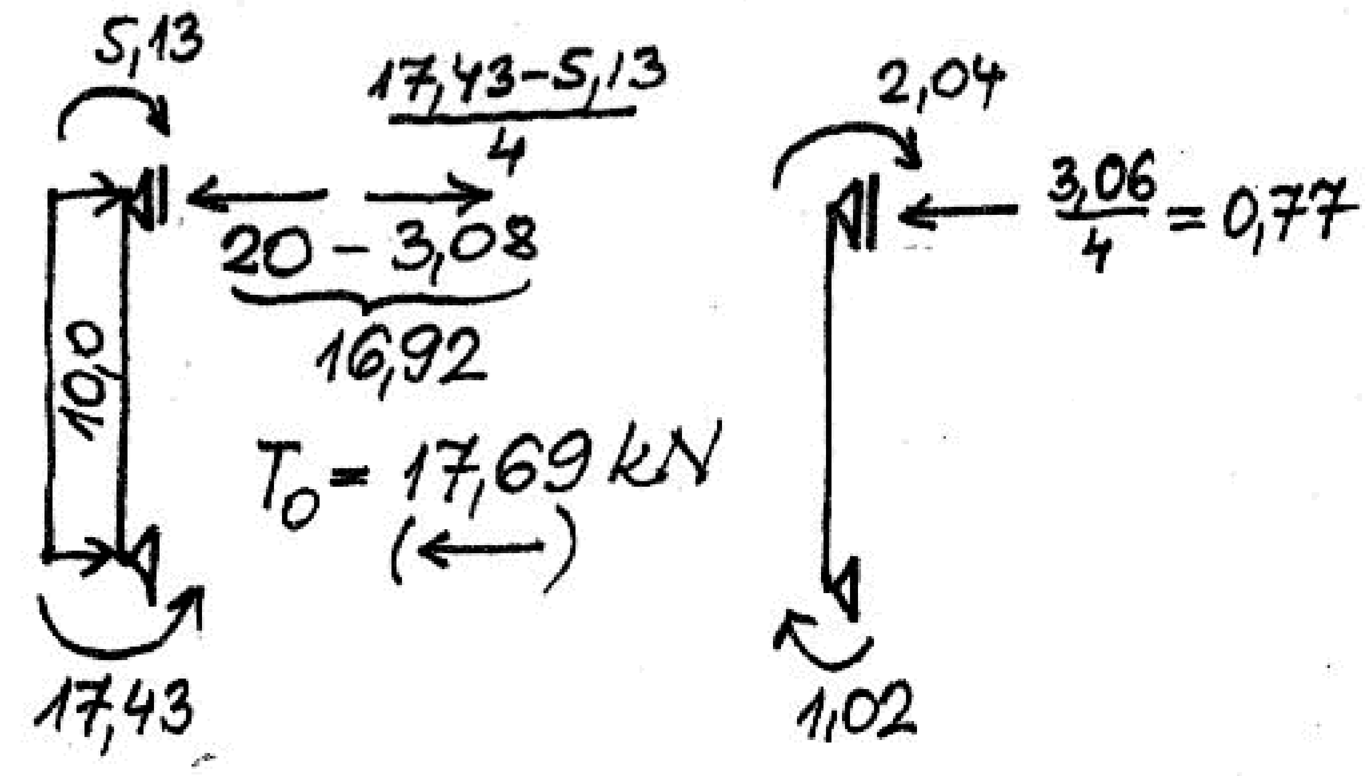


lásd T.8. gyakorlaton!

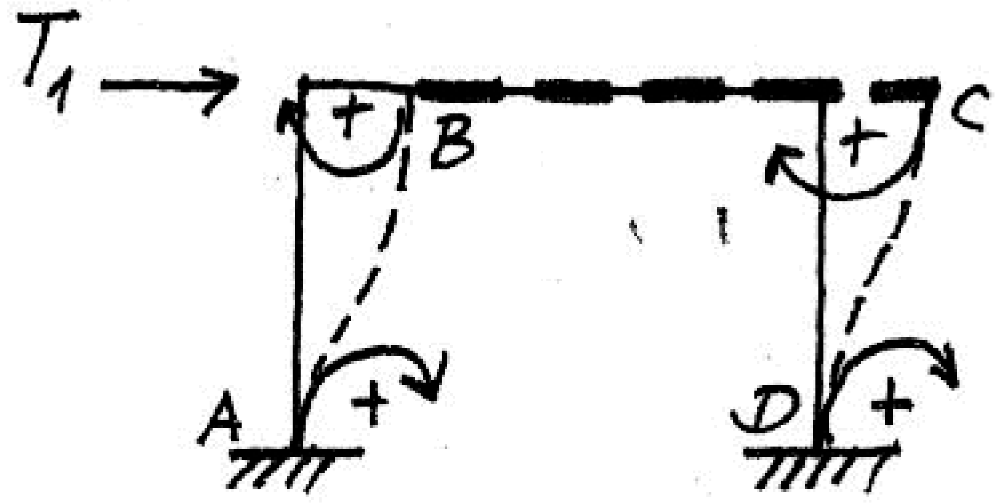
N. II. évf. T. 9. gyak.



Toerő:



b.) kilendítés:



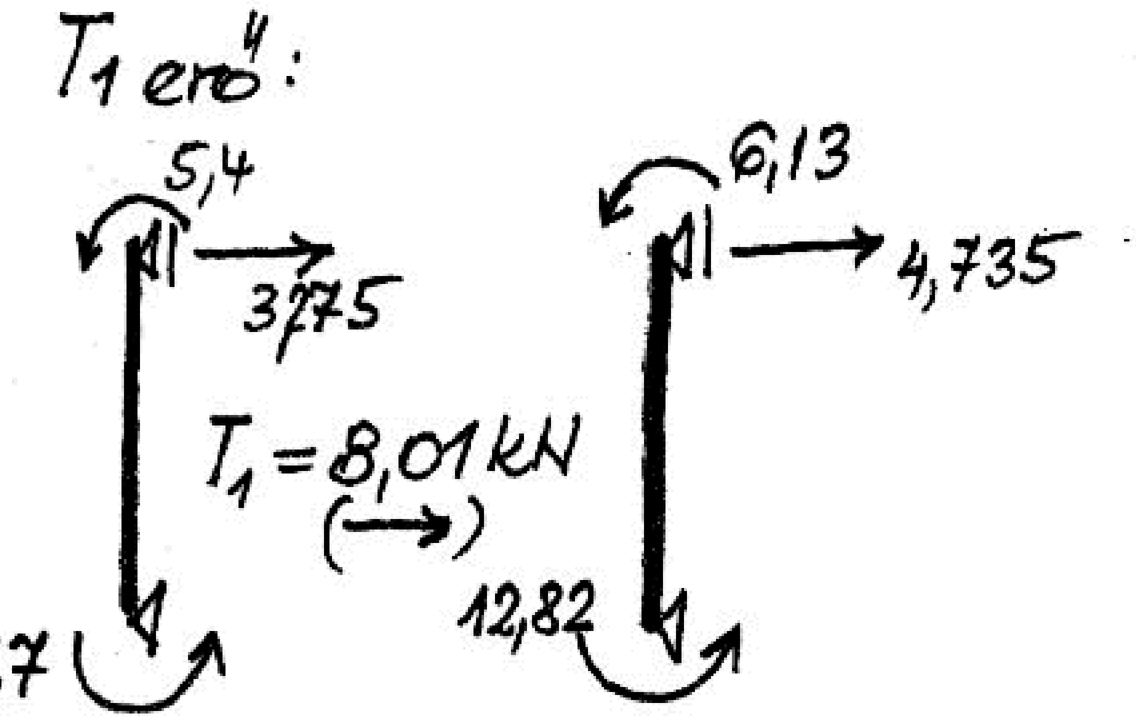
$$\mu_1 = \frac{6\cdot E\cdot I_1}{l_1^2} \cong \frac{6\cdot 1}{4^2} \rightarrow \begin{array}{l} M^0_{1A} = +10{,}0\ \text{kNm} \\ M^0_{1B} = +10{,}0\ \text{-''-} \end{array}$$

$$\mu_3 = \frac{6\cdot E\cdot I_2}{l_2^2} \cong \frac{6\cdot 1{,}953}{4^2} \rightarrow \begin{array}{l} M^0_{3C} = +19{,}53\ \text{-''-} \\ M^0_{3D} = +19{,}53\ \text{-''-} \end{array}$$

A	B (0,6)	B (0,4)	C (0,255)	C (0,745)	D
+10,0	+10,0	−2,49	−4,98	+19,53	+19,53
−2,25	−4,49	−3,00	−1,50	−14,55	−7,28
−0,05	−0,11	+0,19	+0,38	+1,12	+0,56
		−0,08	−0,04	+0,03	+0,01
			+0,01		
+7,70	+5,40	−5,40	−6,13	+6,13	+12,82

5,4 6,13 7,7 12,82

T_1 erő:



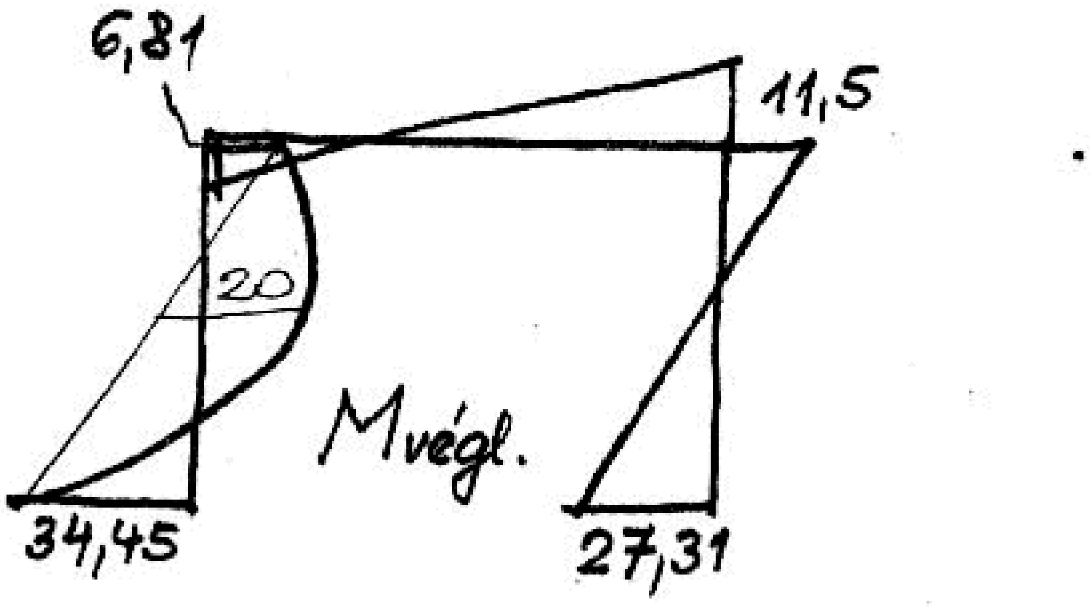
c.) egyensúlyi egyenlet:

$$T_0 + c\cdot T_1 = 0 \qquad -17{,}69 + c\cdot 8{,}01 = 0 \qquad c = 2{,}21\ (+,$$

d.) M végleges:

B		C	
−5,13		−2,04	
+11,94	(2,21·5,4)	+13,55	(+2,21·6,13)
+6,81		+11,51	

A		D	
+17,43		−1,02	
+17,02	(2,21·7,7)	+28,33	(2,21·12,82)
+34,45		+27,31	



e.) ellenőrzés: (mindig ellenőrizzen!)

$$T_B = 20 - \frac{\overset{10{,}31}{34{,}45+6{,}81}}{4} = 9{,}69\ (\leftarrow)$$

$$T_C = \frac{27{,}31+11{,}5}{4} = 9{,}70\ \text{kN}\ (\rightarrow)$$

f.) kilendülés értéke:

$$f = c\cdot\frac{M^0_{1B}}{\mu_1} = 2{,}21\cdot\frac{1000}{5000} = 0{,}442\ \text{(cm)}$$

ahol: $\mu_1 = \dfrac{6\cdot 133333\cdot 1000}{400^2} = 5000$ (kN)

N. II. évf. T. 10. gyak.: Kinematikai terhek 2004. IV. 28.

Hőhatásból származó igénybevételek: (Ezen az órán OGY.!)

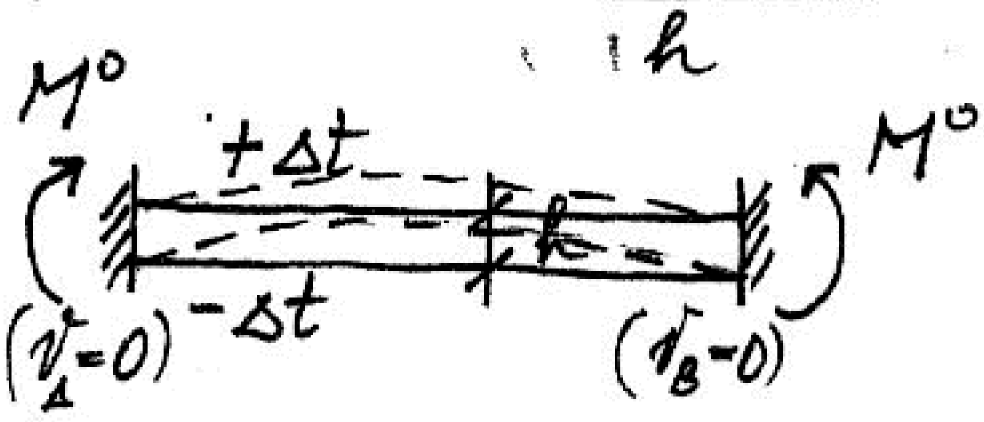
Ált. hőhatás = lineáris hőm. változás + hőm. különbség

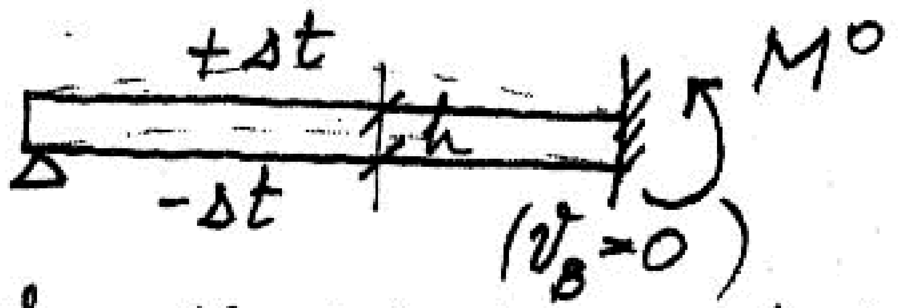
1. lineáris hőmérsékletváltozás – a rúd megnyúlik

$\Delta l = \alpha \cdot \Delta t \cdot l$, ahol Δt = középső szál(t) – építési(t)

2.) hőmérsékletkülönbség hatása: – a rúd meggörbül,

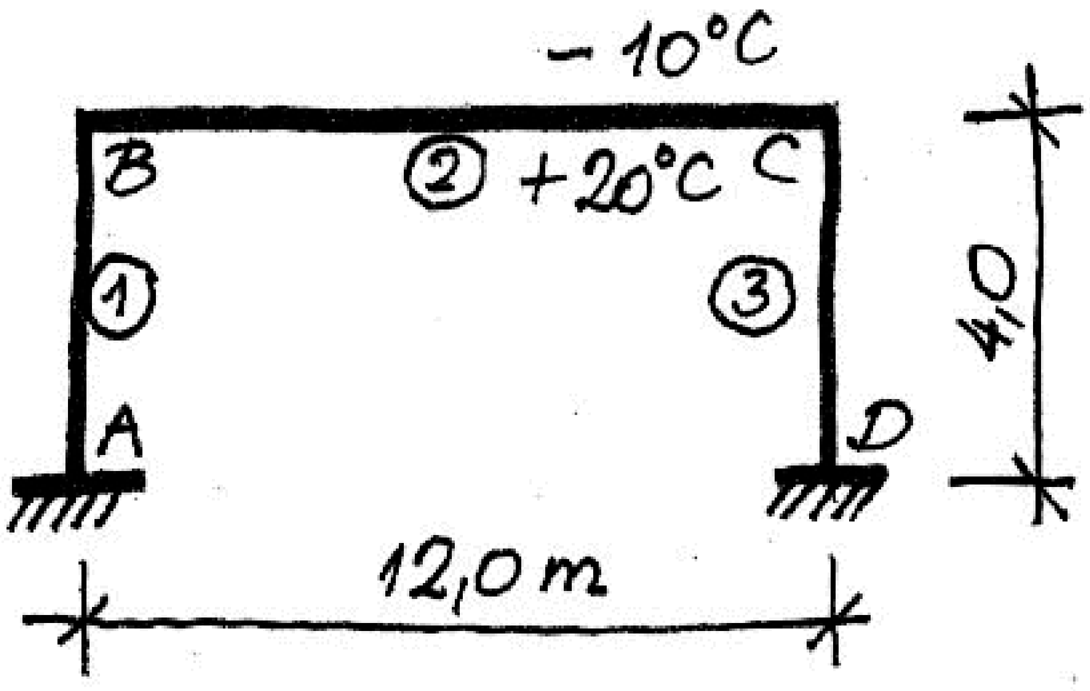
a.) $M^\circ = \dfrac{2EI \cdot \alpha \cdot \Delta t}{h}$ b.) $M^\circ = \dfrac{3EI \cdot \alpha \cdot \Delta t}{h}$





(ahol Δt = a középső és a szélső szál hőmérsékletének különbsége)

pl:



Építési hőmérséklet: $+15°C$

$E = 1000\ kN/cm^2$

1. és 3. rúd: 30/34 cm

2. rúd: 30/49 cm

$I_1 = 0{,}98 \cdot 10^5\ cm^4$; $EI_1 = 0{,}98 \cdot 10^8\ kNcm^2$

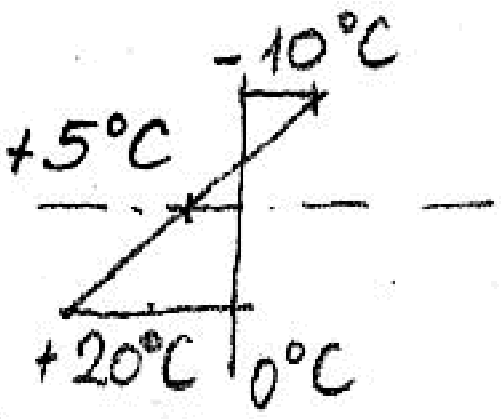
$I_2 = 2{,}95 \cdot 10^5\ cm^4$; $EI_2 = 2{,}95 \cdot 10^8$ – " –

– merevségek: $k_1 = \dfrac{4 \cdot 0{,}98}{4} = 0{,}98$ $\alpha_{1B} = 0{,}67$

$k_{2sz} = \dfrac{2 \cdot 2{,}95}{12} = 0{,}49$ $\alpha_{2B} = 0{,}33$

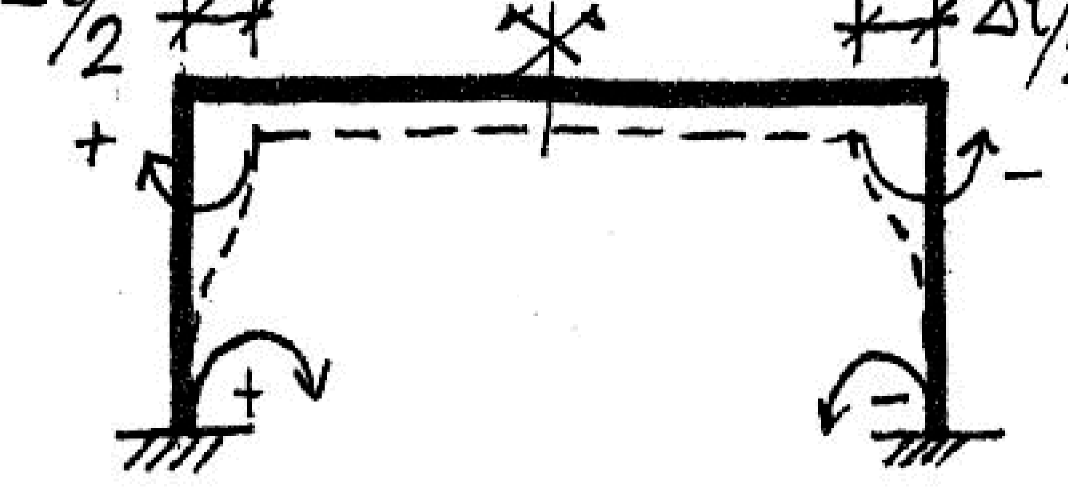
– hőmérséklet változás:

$\alpha = 10^{-5}$



a.) lineáris hőmérséklet változás

$\Delta t = t_k - t_{ép} = +5° - (+15°) = -10°C$ (összehúzódás)



kezdeti bef. nyomaték csak 1. és 3. rúdban!

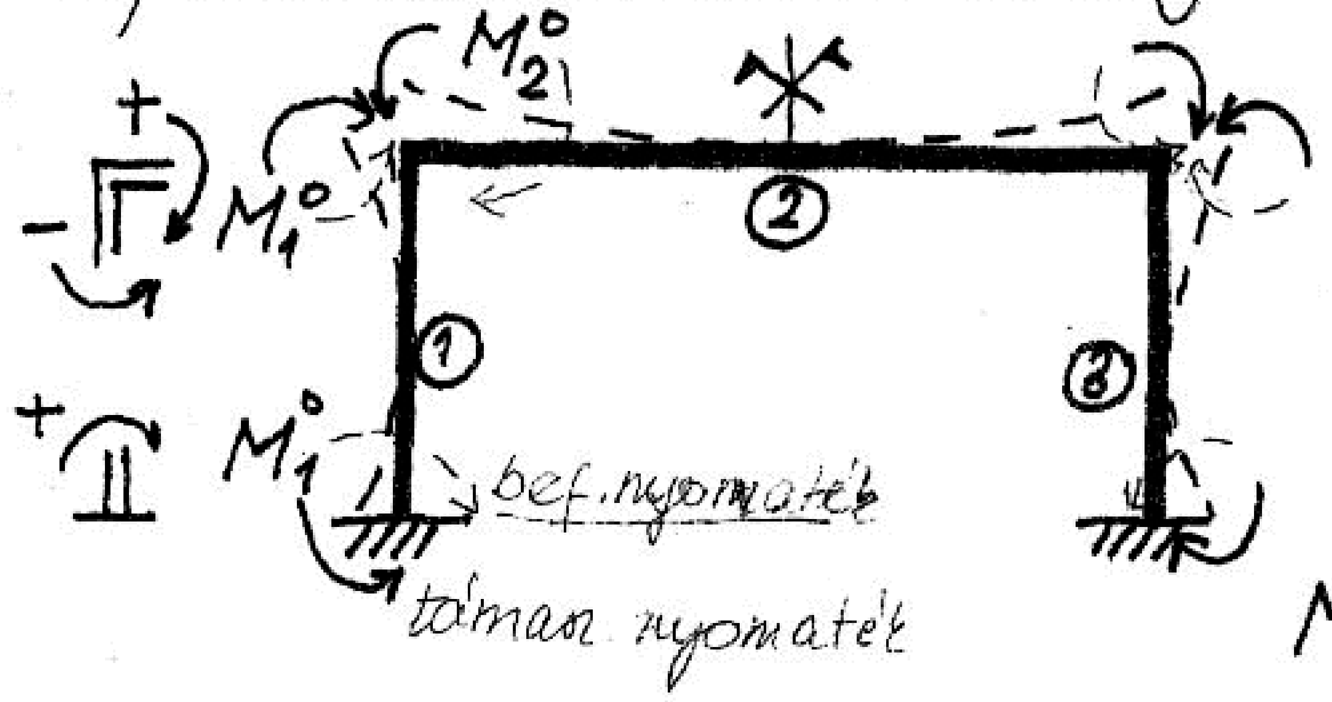
$\Delta l = 10^{-5} \cdot (-10) \cdot 1200 = -0{,}12\ cm$

N. II. évf. T.10. gyak.:

$$M^0_{1A,B} = + \frac{0{,}12}{2} \cdot \frac{6 \cdot 0{,}98 \cdot 10^8}{400^2} = +220{,}0\ kNcm = +2{,}20\ kNm$$

$$M^0_{3C,D} = -2{,}20\ kNm$$

b.) hőmérsékletkülönbség:



$$\Delta t = \frac{30}{2} = 15°C$$

$$h_1 = h_3 = 34\,cm$$

$$h_2 = 49\,cm$$

kezdeti bef. nyomatékok:

$$M^0_{1A} = + \frac{2 \cdot 0{,}98 \cdot 10^8 \cdot 10^{-5} \cdot 15}{34} = +865\ kNcm$$

$$M^0_{1B} = -8{,}65\ kNm$$

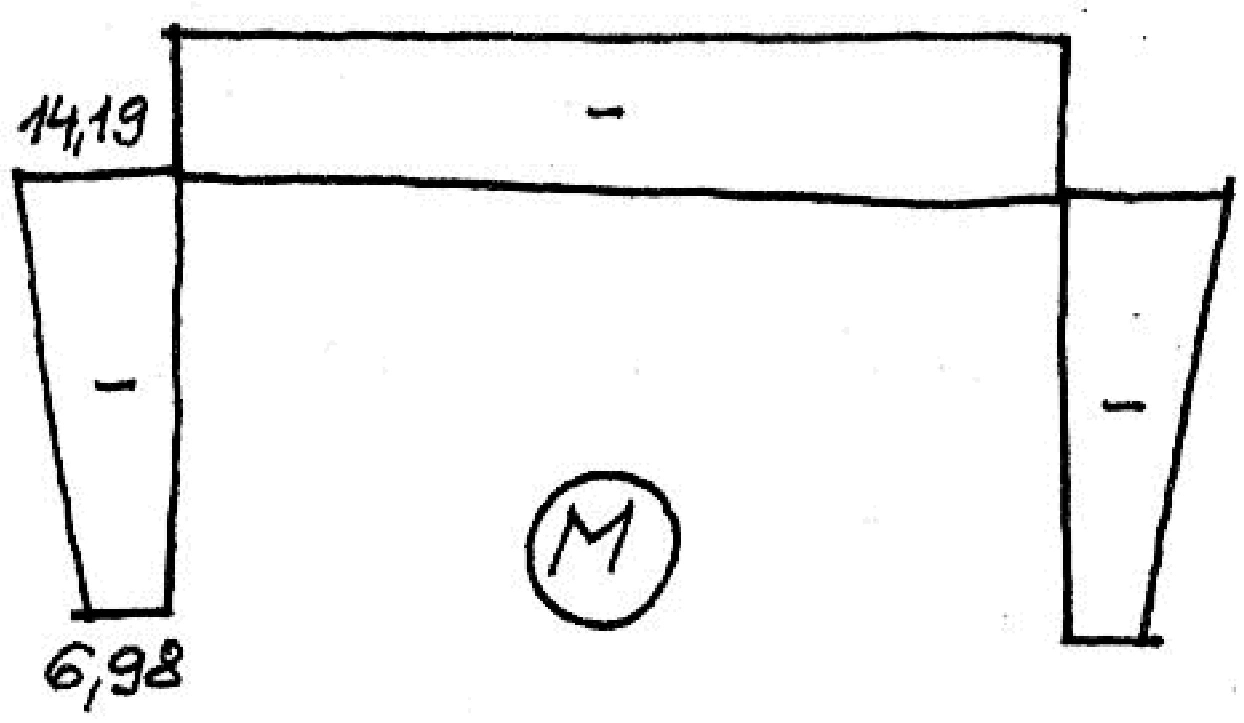
$$M^0_{2(B)} = + \frac{2 \cdot 2{,}95 \cdot 10^8 \cdot 10^{-5} \cdot 15}{49} = +1806 \text{ -"- }$$

c.) nyomatékosztás (együtt!)

$\boxed{0{,}67}$	$\boxed{0{,}33}$	
+2,20	∅	(a.)
−8,65	+18,06	(b.)
−7,74	−3,87	
−14,19	+14,19	

+2,20
+8,65
−3,87
+6,98

d.) M ábra:



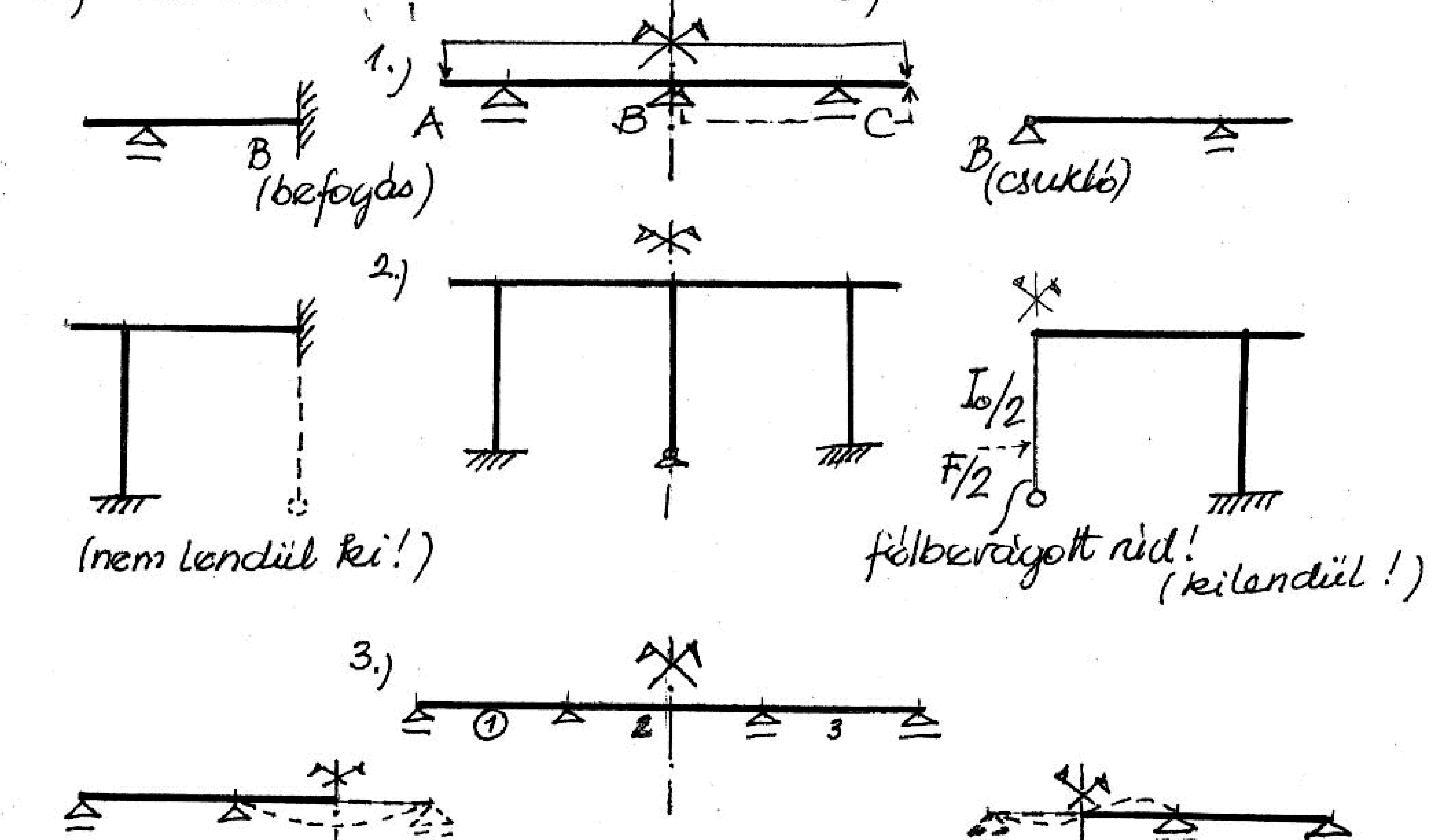
− támasz süllyedés + szimmetria az OGY-ban!

Mutassuk be a szimmetrikus tartók egyszerűsítési lehetőségeit
- szimmetrikus teher
- antimetrikus teher esetén!

Egyszerűsítési lehetőségek szimmetrikus tartók esetén

a teher lehet:

a.) szimmetrikus b.) antimetrikus



$k_{2sz} = \frac{2EI_2}{l_2} = \frac{k_2}{2}$ $\qquad$ $k_{2a} = \frac{6EI_2}{l_2} = 1{,}5\,k_2$

(de mindkét esetben a teljes 2. rúd terhével számított kezdeti bef. nyomatékokkal!)

Mv ábra: az eredmények tükrözésével statikai előjelszabály szerint:

belsőerő ábra előjelszabálya szerint:

szimmetria $\qquad$ antimetria