

a (c) és a (d) ábrán. Ezeket a (b) ábrán látható tényleges  $M(z)$  nyomatéki ábrával összevetve megállapíthatjuk, hogy a szorzatintegrálás elvégzése szempontjából a (c) változat kedvezőbb. Ezt a virtuális erőrendszert és célszerűen a  $\delta Q=1$  értéket választva a virtuális kiegészítő munka

$$\delta \tilde{W} = \delta Q v_k - \frac{1}{EJ} \int_0^{2a} \delta M(z) M(z) dz = 0$$

összefüggésből a részleteket mellőzve, a

$$v_k = \frac{3a^3}{512EJ} F$$

eltolódást nyerjük.

## GYAKORLÓFELADATOK

### F-8.20.

Határozza meg az  $EJ$  merevségű rugalmas konzol szabad végének függőleges eltolódását és elfordulását a virtuális erők tétele alapján.

### F-8.21.

Az ábrán felrajzolt szerkezet rúdjai azonos anyagból, azonos keresztmetszettel készültek. Határozza meg a  $B$  pont vízszintes és függőleges eltolódását a virtuális erők tételével.

### F-8.22.

Határozza meg a rácsos tartó  $C$  csuklójának függőleges eltolódását a virtuális erők tétele alapján.  $E = 70 \text{ GPa}$ .

### F-8.23.

Határozza meg a gerenda  $K$  keresztmetszetének elfordulását és eltolódását.  $EJ$  adott.

### F-8.24.

Határozza meg a tartó  $K$  keresztmetszetének elfordulását és függőleges eltolódását a virtuális erők tételével.  $EJ$  adott.

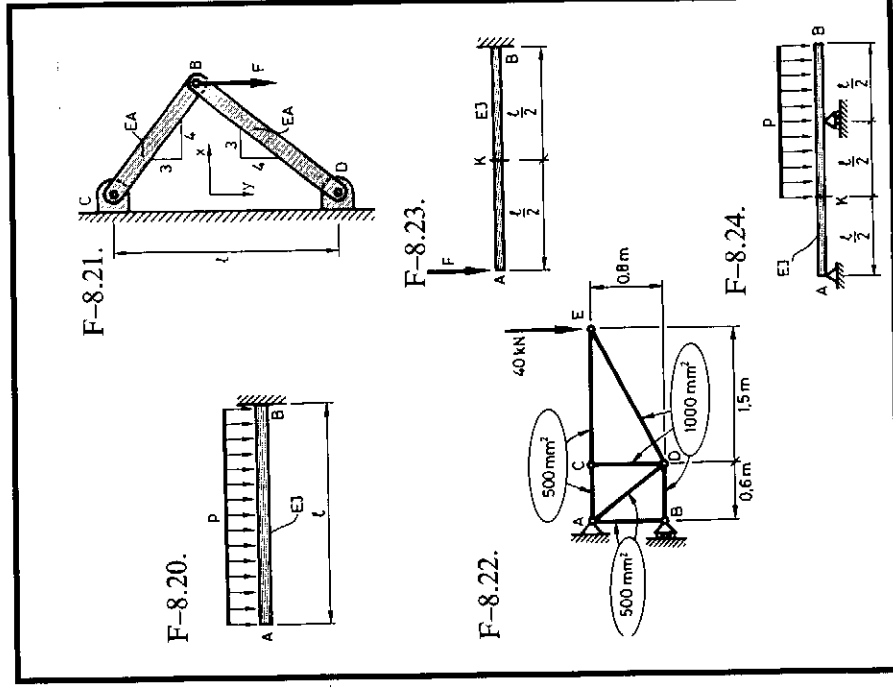
A  $K$  keresztmetszet elfordulásának a meghatározásához a keresztmetszet helyén egy  $\delta M$  virtuális erőpárt veszünk fel, amelynek megfelelő egyik lehetséges egyen-súlyi virtuális erőrendszert az (e) ábra mutatja. Ennek alapján a virtuális munka

$$\delta \tilde{W} = \delta M \varphi_k - \frac{1}{EJ} \int_0^{2a} \delta M(z) M(z) dz = 0,$$

amelyből, célszerűen a  $\delta M = 1$  értéket választva, a részleteket mellőzve a

$$\varphi_k = - \frac{a^2}{256 \cdot EJ} F$$

elfordulást kapjuk.



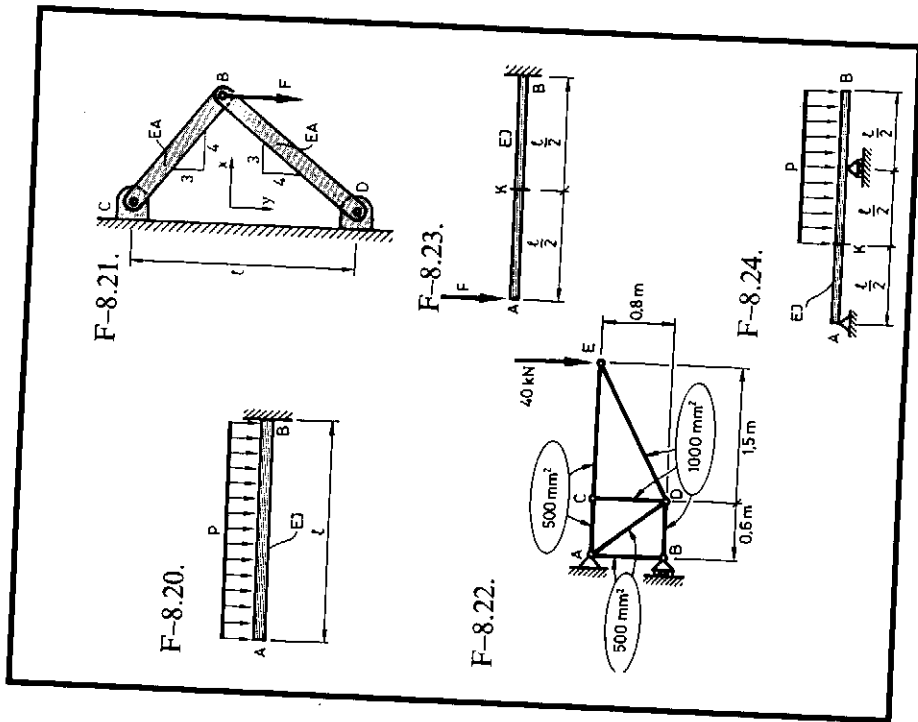
A  $K$  keresztmetszet elfordulásának a meghatározásához a keresztmetszet helyén egy  $\delta M$  virtuális erőpárt veszünk fel, amelynek megfelelő egyik lehetséges egyen-súlyi virtuális erőrendszert az (e) ábra mutatja. Ennek alapján a virtuális munka

$$\delta \tilde{W} = \delta M \varphi_k - \frac{1}{EJ} \int_0^{2a} \delta M(z) M(z) dz = 0,$$

amelyből, célszerűen a  $\delta M = 1$  értéket választva, a részle-téket mellőzve a

$$\varphi_k = - \frac{a^2}{256 \cdot EJ} F$$

elfordulást kapjuk.



ges  
uk,  
(c)  
ze-  
ítő

### F-8.25.

Határozza meg a  $D$  csukló függőleges eltolódását a virtuális erők tételével.  $E = 70$  GPa.

### F-8.26.

Határozza meg a  $C$  csukló vízszintes és függőleges eltolódását a virtuális erők tételével.  $E = 70$  GPa.

### F-8.27.

Határozza meg az állandó  $EJ$  merevségű tartó  $C$  tá-maszkkeresztmetszetének elfordulását és eltolódását.

### F-8.28.

Határozza meg az állandó  $EJ$  merevségű tartó  $D$  ke-resztmetszetének elfordulását, vízszintes és függőleges eltolódását.

### F-8.29.

Határozza meg a rácsos tartó  $B$  csomópontjának víz-szintes és  $D$  csomópontjának függőleges eltolódását a virtuális erők tételével, ha  $A_{AB} = A_{AE} = A_{BC} = A_{CD} = A_{CE} = 12 \text{ cm}^2$ ,  $A_{BE} = A_{DE} = 15 \text{ cm}^2$ ,  $A_{EF} = 18 \text{ cm}^2$ , tovább-bá  $E = 120$  GPa.

### F-8.30.

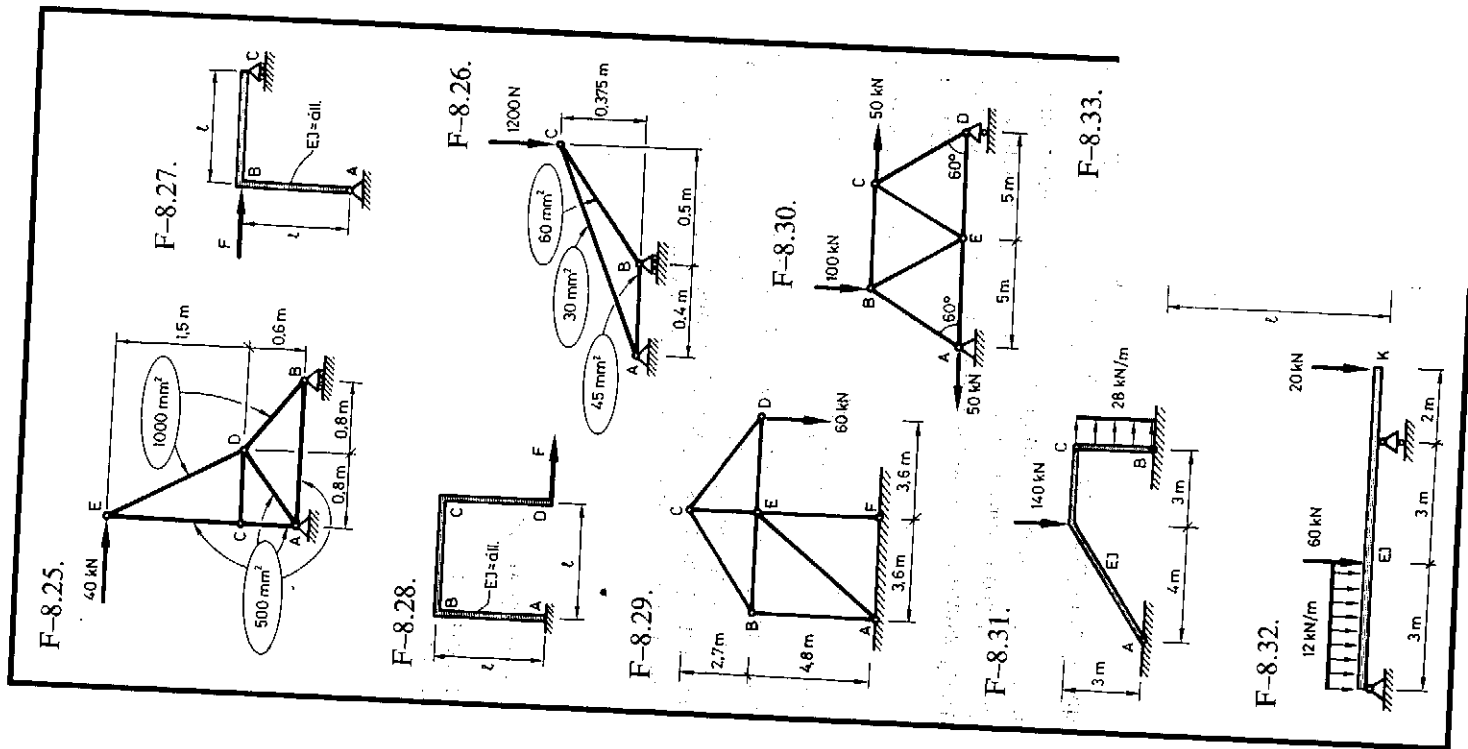
Határozza meg a rácsos tartó  $C$  és  $D$  csomópontjának vízszintes eltolódását a virtuális erők tételével, ha a rudak húzó-nyomó merevsége egységesen  $EA = 10^5$  kN.

### F-8.31.

Határozza meg a háromcsuklós tartó  $C$  csuklójának vízszintes eltolódását a virtuális erők tételével, ha  $EJ = 4,2 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$ .

### F-8.32.

Határozza meg a rugalmas gerenda konzolvégi  $K$  ke-resztmetszetének elfordulását és eltolódását a virtuális erők tételével.  $EJ = 10^4 \text{ kNm}^2$ .



$$8.6. \quad A = F\sqrt{2} (\uparrow), \quad B_x = \frac{F}{\sqrt{2}} (\rightarrow), \quad B_y = \frac{F}{\sqrt{2}} (\downarrow),$$

$$C_x = \frac{F}{\sqrt{2}} (\leftarrow), \quad C_y = \frac{F}{\sqrt{2}} (\uparrow), \quad D = 0, \quad M_D = \frac{F}{\sqrt{2}} a$$

$$8.7. \quad M_B = 12 \text{ kNm}, \quad M_C = 4 \text{ kNm}$$

$$8.8. \quad S_1 = \frac{4}{3} F (-), \quad S_2 = \frac{1}{3} F (+), \quad S_3 = \frac{2}{3} \sqrt{2} F (+)$$

$$8.9. \quad A_x = \frac{F}{2l} z (\rightarrow), \quad A_y = \frac{F}{2l} z (\uparrow),$$

$$S_1 = 0, \quad S_2 = \frac{F}{2l} \sqrt{2} \cdot z (-)$$

$$8.10. \quad S_1 = \frac{F}{6a} z (+), \quad S_2 = \frac{F\sqrt{2}}{3a} z (-), \quad S_3 = \frac{F\sqrt{5}}{6a} z (-)$$

8.11–8.19. Grafikai úton nyert eredmények.

$$8.20. \quad v_{Ay} = \frac{pl^4}{8EJ} (\downarrow), \quad \varphi_A = -\frac{pl^3}{6EJ} (\uparrow)$$

$$8.21. \quad v_x = -0,096 \frac{Fl}{EA} (\leftarrow), \quad v_y = 0,728 \frac{Fl}{EA} (\downarrow)$$

$$8.22. \quad v_{Cy} = 2,46 \text{ mm} (\downarrow)$$

$$8.23. \quad \varphi_K = -\frac{3Fl^2}{8EJ} (\uparrow), \quad v_{Ky} = \frac{5Fl^3}{48EJ} (\downarrow)$$

$$8.24. \quad \varphi_K = -\frac{pl^3}{384EJ} (\uparrow), \quad v_{Ky} = -\frac{pl^4}{768EJ} (\uparrow)$$

$$8.25. \quad v_{Dy} = 4,07 \text{ mm} (\downarrow)$$

$$8.26. \quad v_{Cx} = 6,03 \text{ mm} (\rightarrow), \quad v_{Cy} = 9,77 \text{ mm} (\downarrow)$$

$$8.27. \quad \varphi_C = -\frac{Fl^2}{6EJ} (\uparrow), \quad v_{Cx} = \frac{2Fl^3}{3EJ} (\rightarrow), \quad v_{Cy} = 0$$

$$8.28. \quad \varphi_D = -\frac{2Fl^2}{EJ} (\uparrow), \quad v_{Dx} = \frac{5Fl^3}{3EJ} (\rightarrow),$$

$$v_{Dy} = -\frac{Fl^3}{EJ} (\uparrow)$$

$$8.29. \quad v_{Bx} = 5,2 \text{ mm} (\rightarrow), \quad v_{Dy} = 26,5 \text{ mm} (\downarrow)$$

$$8.30. \quad v_{Cx} = 5,77 \text{ mm} (\rightarrow), \quad v_{Dx} = 5,39 \text{ mm} (\rightarrow)$$

$$8.31. \quad v_{Cx} = 2,4 \text{ cm} (\rightarrow)$$

$$8.32. \quad \varphi_K = -6,22 \cdot 10^{-3} (\uparrow), \quad v_{Ky} = -1,51 \text{ cm} (\uparrow)$$

$$8.33. \quad v_{Bx} = -0,0394 \frac{Fl}{EA} (\leftarrow), \quad v_{By} = 0,2965 \frac{Fl}{EA} (\downarrow)$$

$$8.34. \quad \varphi_K = \frac{Fl^2}{128EJ} (\downarrow), \quad v_{Ky} = \frac{7Fl^3}{768EJ} (\downarrow)$$

$$8.35. \quad \varphi_K = \frac{pl^3}{192EJ} (\downarrow), \quad v_{Ky} = \frac{pl^4}{192EJ} (\downarrow)$$

$$8.36. \quad v_{Bx} = \frac{F}{6EA} (\rightarrow), \quad v_{By} = \frac{21F}{32EA} (\downarrow)$$

$$8.37. \quad \varphi_B = \frac{pl^3}{72EJ} (\downarrow)$$

$$8.38. \quad v_{Ky} = \frac{Fl^3}{192EJ} (\downarrow)$$

$$8.39. \quad S_1 = \frac{3}{13} F (-), \quad S_2 = \frac{2}{13} F (-), \quad B = \frac{8}{13} F (\uparrow)$$

$$8.40. \quad S_1 = \frac{2}{13} \frac{EA}{l} v_B (+), \quad S_2 = \frac{3}{13} \frac{EA}{l} v_B (-),$$

$$B = \frac{1}{13} \frac{EA}{l} v_B (\downarrow)$$

$$8.41. \quad S_1 = \frac{4}{13} \frac{EA}{l} u_1 (-), \quad S_2 = \frac{6}{13} \frac{EA}{l} u_1 (+),$$

$$B = \frac{2}{13} \frac{EA}{l} u_1 (\uparrow)$$

$$8.42. \quad S_1 = \frac{4}{10} F (+), \quad S_2 = \frac{3}{10} F (+),$$

$$S_3 = \frac{2}{10} F (+), \quad S_4 = \frac{1}{10} F (+)$$

$$8.43. \quad S_1 = \frac{3}{10} F (+), \quad S_2 = \frac{4}{10} F (+),$$

$$S_3 = \frac{3}{10} F (+), \quad S_4 = 0$$