

Tartószerkezetek modellezése

11.; 13. előadás

Héjszerkezetek

Héjszerkezetek

Héjak: görbült, „vékony” felületszerkezetek.



Isler, Svájc



Párizs, C.N.I.T.

Anyaga: beton, vasbeton, acél, alumínium,
műanyag, fa, (tégla).

Héjszerkezetek

Az erőjáték jellegzetessége:



A görbült felület, a geometriája miatt, nagyobb teher viselésére alkalmas.

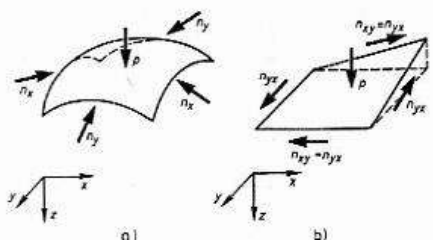
héj = teherviselés szempontjából aktív forma

Héjszerkezetek

Az erőjáték jellegzetessége:

„gazdaságos”

Teherviselés elsősorban **membrán**erőkkel:



Normálerők:
ívszerű viselkedés

Nyíróerők:
teherviselés a felület
„csavarodása” révén

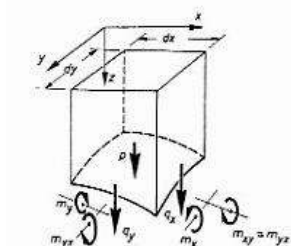
A lehetősége függ: héj alakjától, a tehertől, a héj megtámasztásától.

Héjszerkezetek

Az erőjáték jellegzetessége:

„gazdaságtalan”

Teherviselés **hajlító- és csavaró nyomatékokkal** :



Membránhéj: teherviselés csak membránerőkkel.

Hajlított héj: teherviselés membránerőkkel, hajlító- és csavaró nyomatékokkal.

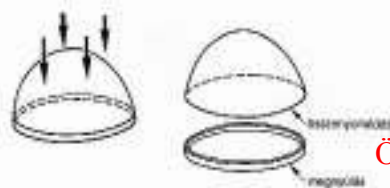
A lehetősége függ: héj alakjától, **a teher**től, a héj megtámasztásától.

Héjszerkezetek

Az erőjáték jellegzetessége:

A **hajlító- és csavaró nyomatékok** okai:

1. A membrán alakváltozások összeférhetősége:



Össze kell „illeszteni”.

Kupola és talpgyűrű csatlakozása.

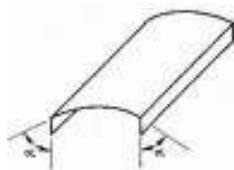
A héjperem közelében **hajlító nyomaték** alakul ki, de **nem vesz részt a teherviselésben**.

Héjszerkezetek

Az erőjáték jellegzetessége:

A **hajlító- és csavaró nyomatékok** okai:

2. A membránerőkkel nem lehet a teljes terhet egyensúlyozni:



Érintő irányú megtámasztás kellene a membrán állapothoz.

Hosszú donga függőleges peremtartóval.

Keresztirányban **hajlító nyomaték alakul ki** a héjban, **ami szükséges a teherviseléshez.**

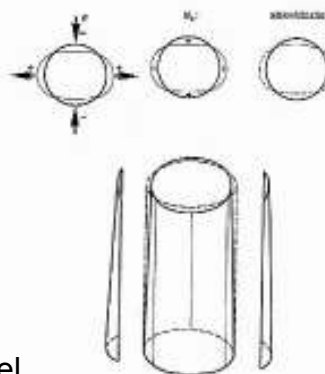
Héjszerkezetek

Az erőjáték jellegzetessége:

A **hajlító- és csavaró nyomatékok** okai:

3. Az ok a membrán erőjátékban rejlik:

A) A membrán erőjátékhoz tartozó alakváltozások okozta meggörbülés miatti hajlító nyomatékok nem hanyagolhatók el.



Alul befogott henger szélteherrel.

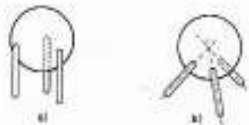
Héjszerkezetek

Az erőjáték jellegzetessége:

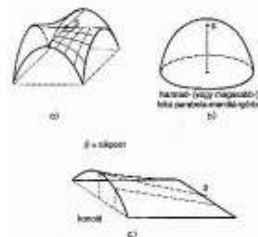
A **hajlító- és csavaró nyomatékok** okai:

3. Az ok a membrán erőjátékban rejlik:

B) A membrán megoldás végtelen nagy membránerőket okoz.



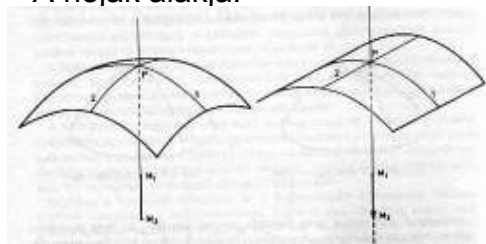
Koncentrált erő a héjon.



A felületnek nincs a terhet hordó membránerőnek megfelelő görbülete. Síkpontot tartalmazó héj.

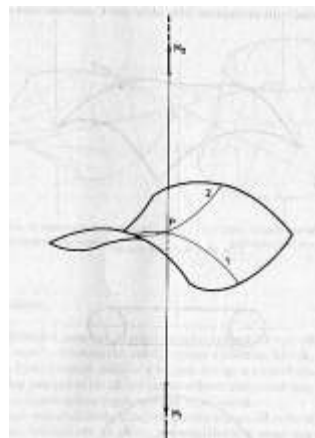
Héjszerkezetek

A héjak alakja:



elliptikus

parabolikus



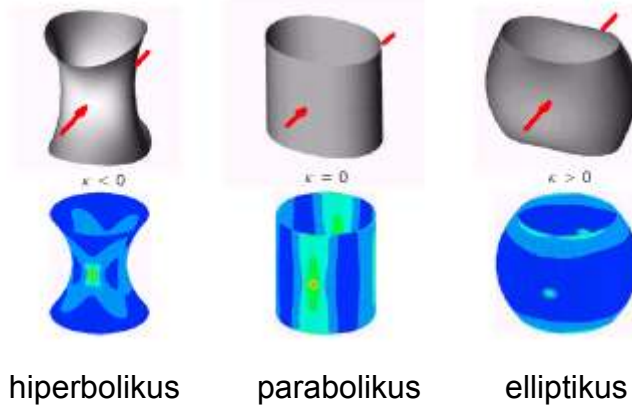
hiperbolikus

Héjszerkezetek

A héjak alakja:

Feszültségeloszlás a héjban koncentrált erő esetén:

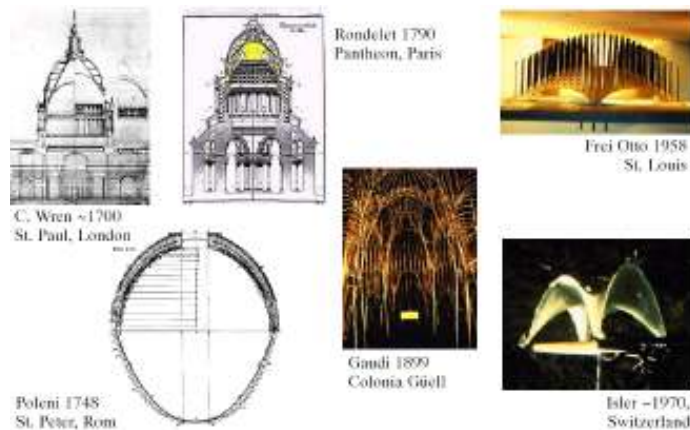
(nyúlásmentes alakváltozás)



Héjszerkezetek

A héjak alakja, megtámasztása és a teher meghatározza a teherviselési módot:

membránállapot önsúly teherre



A teher, a megtámasztás és a teherviselési mód meghatározza a héj alakját:

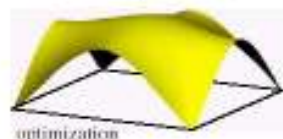
Héjszerkezetek

A héjak alakja, megtámasztása és a teher meghatározza a teherviselési módot:

membránállapot önsúly teherre



experiment by H. Isler



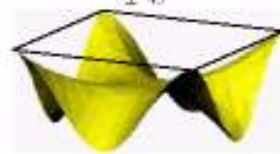
optimization



$0^\circ / 90^\circ$

fiber orientation

$\pm 45^\circ$



A teher, a megtámasztás és a teherviselési mód meghatározza a héj alakját:

Héjszerkezetek

A membrán állapot nem tudott létrejönni:



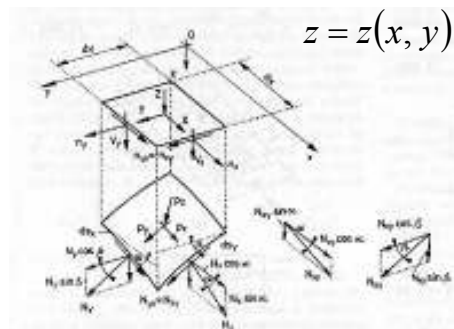
Kresge Auditorium,
MIT, USA



Congress Hall,
Berlin

Héjszerkezetek

A membránhéjak egyensúlyi egyenletei derékszögű koordináta rendszerben:



A vetületi metszeterők:

$$n_x = N_x \frac{\sqrt{1+z_y^2}}{\sqrt{1+z_x^2}}$$

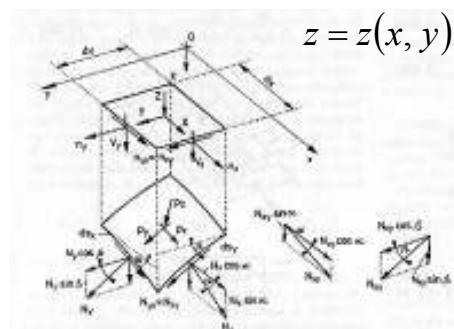
$$n_y = N_y \frac{\sqrt{1+z_x^2}}{\sqrt{1+z_y^2}}$$

$$n_{xy} = N_{xy}$$

$$z_x = \frac{\partial z}{\partial x} \quad z_y = \frac{\partial z}{\partial y}$$

Héjszerkezetek

A membránhéjak egyensúlyi egyenletei derékszögű koordináta rendszerben:



A vetületi egyensúlyi egyenletek:

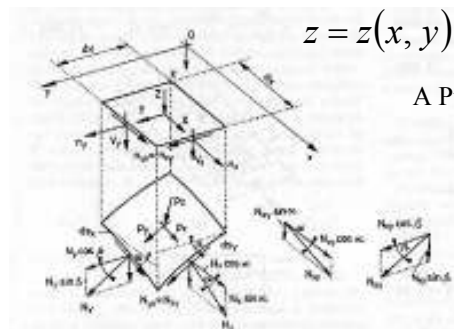
$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial n_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial n_y}{\partial y} = 0$$

$$n_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + n_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -Z$$

Héjszerkezetek

A membránhéjak egyensúlyi egyenletei derékszögű koordináta rendszerben:



$$z = z(x, y)$$

A Pucher féle feszültség függvény, $F(x, y)$:

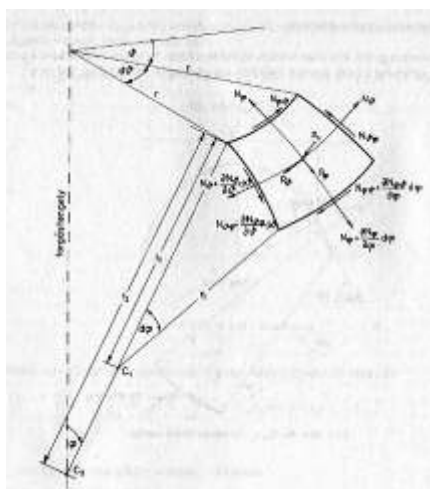
$$n_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad n_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

$$n_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -Z$$

Héjszerkezetek

A membrán forgáshéjak egyensúlyi egyenletei:



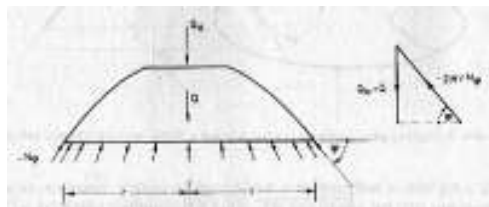
$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (N_{\varphi} r) + \frac{\partial N_{g\varphi}}{\partial g} r_1 - N_g r_1 \cos \varphi + p_{\varphi} r r_1 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (N_{\varphi g} r) + \frac{\partial N_g}{\partial g} r_1 + N_{\varphi g} r_1 \cos \varphi + p_g r r_1 = 0$$

$$\frac{N_{\varphi}}{r_1} + \frac{N_g}{r_2} + p_n = 0$$

Héjszerkezetek

A szimmetrikus terhelésű membrán forgáshéjak egyensúlyi egyenletei:

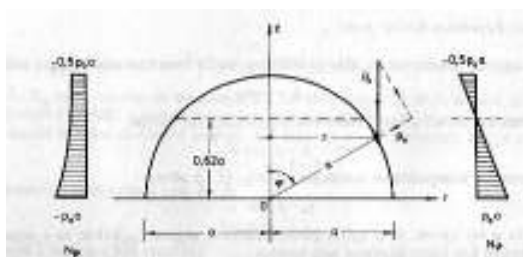


$$N_{\varphi} = \frac{-Q_0 - Q}{2\pi \sin \varphi}$$

$$\frac{N_{\varphi}}{r_1} + \frac{N_{\vartheta}}{r_2} + p_n = 0$$

Héjszerkezetek

Az önsúlyával terhelt gömbkupola membránerőí:



nyomás

húzás

$$N_{\varphi} = -p_0 a \frac{1}{1 + \cos \varphi}$$

$$N_{\vartheta} = -p_0 a \left(\cos \varphi - \frac{1}{1 + \cos \varphi} \right)$$

Héjszerkezetek

Héjhorpadás:



Oil Tank, USA



Ferry Bridge, UK

Héjszerkezetek

Héjhorpadás:



Silo, Germany



Wine Container, Japan

Héjszerkezetek

Héjhorpadás:

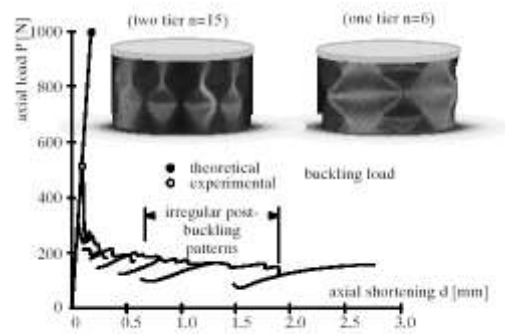


Figure 10. Experimental buckling investigation by M. Esslinger [7]